研究综述

连接结构界面摩擦力学建模研究进展

沈民民　杨晓东 *

北京工业大学力学系, 北京 100124

摘　要　连接结构作为工业装备的核心部件之一, 是装备制造领域着重攻关优化的关键基础部件. 当前, 因连接界面的非线性、复杂性、不确定性等引起的跨尺度和多物理场复杂力学行为机理不明, 导致精准预测连接结构动力学特性和监测其动态服役性能存在困难, 成为制约精密结构动力学分析、高保真仿真、设计、优化和控制等问题突破的瓶颈. 然而连接结构应用广泛, 工程和技术人员对连接结构的机理及其多功能化有进一步的需求. 本文主要综述连接结构界面摩擦力学的解析建模、有限元建模以及实验系统, 并提出新型连接结构设计的发展趋势. 首先, 根据连接使役环境需求、工程存在问题及缺乏有效强度刚度预测理论, 综述了螺栓连接结构载荷类型及精准构建连接等效模型应用. 其次, 重点概述了连接结构界面摩擦的几类主流理论模型, 包括描述微/纳尺度分析连接界面多尺度物理行为和规律的本构模型、采用系统辨识理论和方法得到宏观界面力学响应的唯象模型、结合本构微观接触机理和系统辨识宏观角度的唯象学本构摩擦模型. 然后, 综述了以有限元方法为基础的连接结构仿真以及实验方法, 具体包括直接有限元建模、间接等效有限元建模、实验基准系统以及各向激励连接结构实验平台. 最后, 基于装备领域连接结构多功能需求, 提出“传静抑动”连接件以及轻量化仿生连接件的新型连接件设计思想.

关键词　连接结构, 界面摩擦, 本构模型, 唯象模型, 实验测试基准

中图分类号: O343.3, TH113　　**文献标识码**: A

DOI: 10.6052/1000-0992-24-008　　CSTR: 32046.14.1000-0992-24-008

收稿日期: 2024-03-05; 录用日期: 2024-05-16; 在线出版日期: 2024-05-19

* E-mail: jxdyang@163.com

引用方式: 沈民民, 杨晓东. 连接结构界面摩擦力学建模研究进展. 力学进展, 2024, 54(3): 477-521

Shen M M, Yang X D. Modeling of joint structure interface friction mechanics: A review. *Advances in Mechanics*, 2024, 54(3): 477-521

© 2024《力学进展》版权所有

1 引 言

连接件是机械系统中必不可少的部件. 不同于一体化结构, 机械装备的模块化设计具有可观的经济性和优异的可维护性, 因而连接结构普遍应用于车辆、船舶、航空航天等各领域. 高端装备结构或者模块之间普遍需要以不同形式的连接技术组装在一起, 例如栓接、铆接、焊接、挤压、夹紧以及胶合等 (刘嘉鸣 等 2023); 而火箭和卫星也广泛使用火工分离装置实现结构的连接-分离, 主要包括爆炸螺栓、火工分离螺母、导爆索、膨胀管等 (赵宏达 等 2020). 比如, 阿波罗飞船使用超过 210 个火工装置 (Lin et al. 2023, Interbartolo 2009), CZ-2F 运载火箭约有 74 万个连接件, CZ-7 运载火箭约有 68 万个连接件, 而新一代载人火箭将达到百万个连接件, 且连接件的重量占飞行器舱段总重量的 10% ~ 16%. 连接件是整体结构传递静载和动载的关键路径, 因此连接件的强度、刚度、寿命设计是整体结构设计中重要的一环. 典型摩擦连接结构涉及到接触界面, 其动力学机理涉及到物理学、摩擦学、力学、机械学等多学科领域. 学者们从微观及宏观机理方面都做了大量工作, 但在连接结构界面摩擦力学行为内在机理的研究方面仍然面临巨大挑战.

1.1 工程领域连接需求

模块化设计下的机械系统必然使用连接件, 其优势主要包括: 装配、拆卸、更换、维修以及检查的便利性和经济性 (Galińska 2020). 同时, 由于机械组件中的振动通常会导致结构损坏、噪声和不适, 若引入额外的能量耗散便可以限制振动水平, 而机械系统主要的能量耗散源自于连接结构的接触、摩擦等现象 (Beards & Williams 1977, Beards & Woowat 1985, Wang R et al. 2005, 张文明和孟光 2005). 引入连接结构所产生的连接阻尼能显著提高有害振动的耗散效率 (Hammami et al. 2016). 研究表明, 连接结构贡献的刚度占整个机械结构总刚度的 60% 以上, 而总阻尼的 90% 以上源自连接界面的接触阻尼 (Qu et al. 2013, 蔡力钢 等 2013). 由于连接结构是装备内静动载荷传递的关键路径, 因此连接件的技术水平和产品质量直接影响高端装备的可靠性, 尤其是在对结构可靠性要求更高的航空航天领域.

连接结构的失效会对产品装备造成严重损害, 有时甚至会导致灾难性事故, 包括人身伤害和经济损失 (Milan et al. 2004). 已报道的许多事故都是由连接结构引发的. 例如: 1979 年美国航空 191 号航班由于发动机吊架固定螺栓出现问题, 导致发动机空中脱落 (Federal Aviation Administration 1979); 1985 年日本航空 123 号航班由于尾翼铆钉结构不符合设计要求, 导致尾翼疲劳破坏 (Britannica 1985); 2024 年美国航空一架波音 737 MAX 9 航班由于紧固螺栓松动导致飞机起飞不久后应急舱门突然脱落 (Rose 2024); 保时捷 911 GT3 由于发动机螺栓松动导致车辆起火, 保时捷召回 785 辆汽车更换发动机 (Avellon 2014); 特斯拉有限公司发现 X 系列汽车的转向系统中螺栓在高腐蚀性环境下会发生腐蚀, 因此召回了 2016 年至 2020 年生产的 3000 多辆汽车 (Epower 2020). 从这些案例可以看出, 连接螺栓上的小疏忽会导致巨大的经济损失, 甚至还会造成人员伤亡, 因此有必要深入探讨连接结构界面力学行为.

连接结构的研究涉及结构动力学、接触力学和摩擦学, 并且连接界面是多尺度及多物理场的“天堂”. 如**图 1** 所示, 连接结构会发生振动、冲击、接触、摩擦以及磨损等现象, 连接界面的

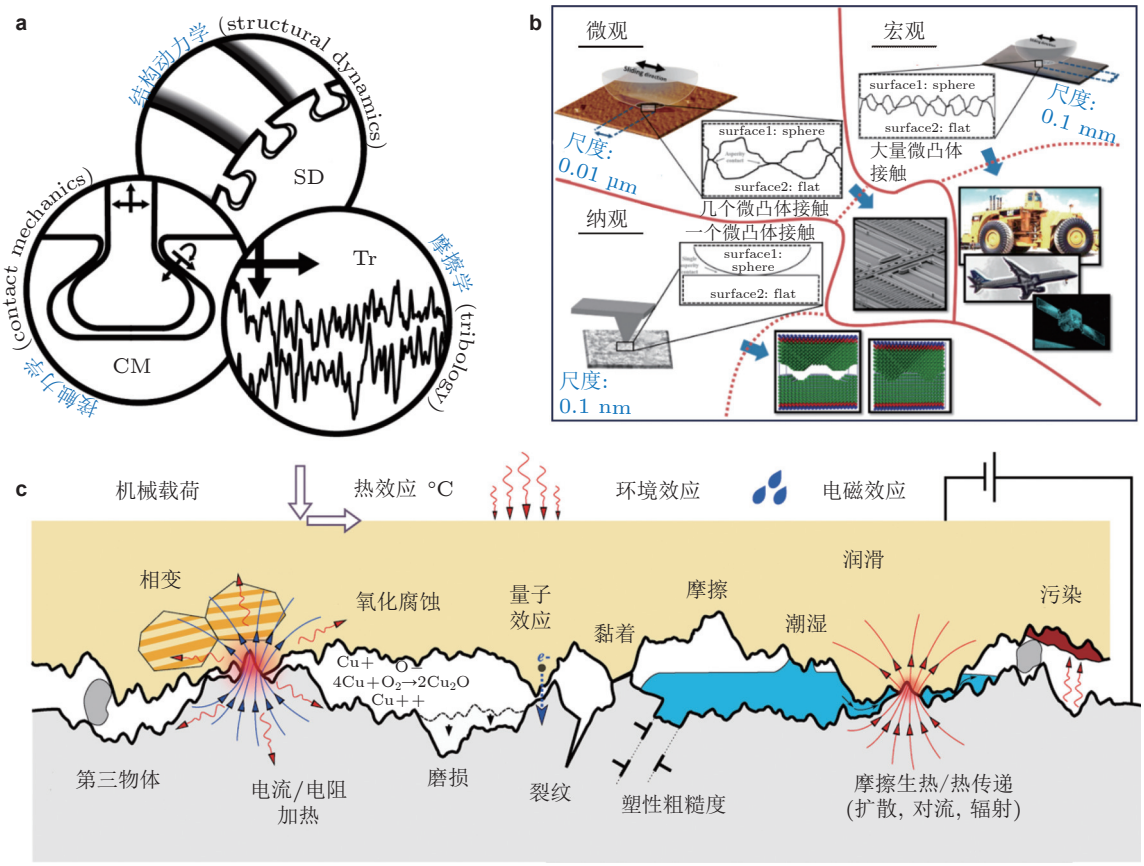


图 1

连接结构所涉及的学科、尺度以及物理场. (a) 连接结构研究涉及方向, (b) 连接结构的多尺度 (Stoyanov & Chromik 2017), (c) 连接结构的多物理场 (Vakis et al. 2018)

微观尺度相互作用产生了宏观尺度上的各种物理现象 (Vakis et al. 2018). 连接界面上复杂的接触机理、行为是造成结构出现复杂非线性动力学行为的主要原因. NASA 研究发现连接界面的存在可导致连接结构出现非线性迟滞、时变刚度、时变阻尼、分叉和混沌等多种复杂非线性现象 (Crawley 1989, Wang K & Tian 2023). 连接结构动力学不仅涉及传统的非线性动力学、多体动力学, 还涉及到弹塑性变形理论、微观摩擦机理和宏观本构关系. 因此, 构建具有可靠、精确预测能力的连接结构多物理场模型, 同时又要具有可验证性和足够的全面性, 成为未来连接结构设计的重大挑战.

21 世纪初, 由于连接结构在工程中的重要性, 美国机械工程师协会成立了连接结构力学研究委员会, 致力于交流协作攻克连接结构动力学的难题. 2006 ~ 2016 年美国能源部桑地亚国家实验室已经举办了四届连接学术研讨会 (Segalman et al. 2006a, 2009a; Starr et al. 2013, Brake et al. 2016), 2017 ~ 2023 年中国振动工程学会也已经举办了五届全国连接结构动力学学术研讨会, 开始对高端装备连接结构动力学问题开展深入的研讨. 此外, 桑地亚国家实验室 2009 年发表 Handbook on Dynamics of Jointed Structures (Segalman et al. 2009b)、莱斯大学 2018 年发表

The Mechanics of Jointed Structures (Brake 2018), 推动了连接结构动力学研究逐渐成为一个独立的研究方向. 正是由于连接结构在装备制造领域的核心地位和重要需求, 促进了连接结构动力学的发展, 激励了学者对连接结构微观摩擦机理和宏观物理行为的研究, 形成了多角度建立连接结构界面预测模型的方法.

1.2 连接结构载荷分类

根据使役环境及载荷传递特点, 有多种连接类型可供选择. 本文对最为常用的螺栓连接按照所受载荷进行分类, 分别是应用于剪切载荷、拉伸载荷、扭转载荷以及撬动载荷的连接结构 (**图 2**). 螺栓的横向剪切载荷是螺栓连接最普遍的载荷, 螺栓抵抗垂直于螺栓轴线的静载; 但横向动载荷的振动可能导致螺栓连接旋转松动 (Junker 1969, 1972). 学者们对横向剪切载荷下螺栓连接进行了分析, 从黏滑状态 (Mathis et al. 2020, Bograd et al. 2011)、弯曲碰撞 (Kim et al. 2008, 杨毅 等 2022)、疲劳磨损 (Zampieri et al. 2019, Lu et al. 2018) 以及预紧松脱 (Huang et al. 2022, Gong et al. 2022) 等角度都开展了深入研究. 需要注意的是, 螺栓的轴向拉伸载荷是导致螺栓疲劳破坏的一类因素, 螺栓抵抗沿螺栓轴线的力, 破坏位置通常位于螺栓的最小截面处 (Yang L et al. 2022). 当螺栓轴向应力低于材料抗拉强度的 30% 时, 螺栓的疲劳效应可以忽略, 否则就需要根据 VDI 2230-2003 标准、机械设计方法和非线性有限元方法进行疲劳检查 (文双玲 等 2014). 针对拉伸载荷螺栓, 学者们主要研究了轴向分离载荷大小与位置对结构刚度的影响 (Nassar et al. 2011, Yang X et al. 2012)、轴向冲击激励下预紧力变化对螺栓的松动疲劳损伤影响等 (Moore 2019, Yang G W et al. 2021, Zhang P et al. 2023). 扭转载荷下螺栓会受到剪切力和扭转力的双重作用, 导致螺栓弯曲受力不均匀, 扭振环境下螺栓会逐渐松动脱落. 由于扭转载荷下连接界面的摩擦力受到扭转载荷幅值、材料和表面粗糙度的制约, 很多学者从滞回曲线的角度研究连接结构的刚度和阻尼特性. Ouyang 等 (2006) 研究了扭转载荷下阻尼行为从线性到非线性的演变过程; Liu X 等 (2022) 探究了不同摩擦系数对扭转激励作用下螺栓结构松动行为的影响. 李九一和周丰峻院士 (2023) 提出了扭转载荷下修正的 Iwan 模型, 考虑了宏观滑移时的残余刚度和扭矩整体修正量. 撬动载荷是由于连接法兰的弯曲变形导致螺栓承受额外的力和力矩, 增大螺栓轴向力和弯曲量, 使螺栓在低于设计载荷时发生失效. 撬动载荷在平面法兰连接 (Fidalgo & Packer 2022)、圆弧法兰连接 (Liu L et al. 2023a)、T 形连接 (Khani et al. 2023) 以及 L 形连接 (Abar & Ghobadi 2022) 等钢结构连接件中广泛存在. 为避免连接失效, 需量化撬动载荷的影响、准确测定螺栓的轴向力变化、估算连接结构轴向抗拉刚度和极限抗拉强度 (Yang J G et al. 2013). 有关进一步撬动载荷下的实验、数值以及理论研究最新进展可参考综述文献 (Kombate & Taşkın 2022). 需要强调的是, 以上 4 类载荷类型主要关注连接界面和螺栓杆的载荷分布情况, 实际上连接螺纹的局部力学行为也会影响结构的整体静动力学性能; 本文主要关注连接结构界面摩擦力学, 故未对螺纹的力学行为进行展开, 感兴趣的读者可参考文献 (Shi T et al. 2024, 陈海平 等 2010, Yamamoto 1980, Sopwith 1948).

基于连接结构的工程需求以及重要性, 本文首先描述典型摩擦连接结构的强度和刚度预测难度, 然后从连接结构非线性能量耗散和刚度软化等行为的宏观动力学建模出发, 论述了连接结

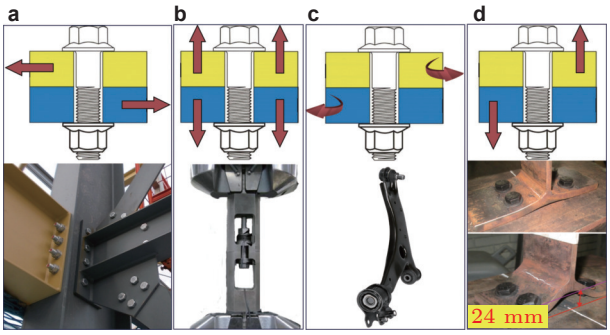


图 2

螺栓连接载荷分类. (a) 剪切载荷, (b) 拉伸载荷 (Yang X et al. 2012), (c) 扭转载荷, (d) 撬动载荷 (Fonfría et al. 2023)

构在界面摩擦力学解析建模、有限元仿真建模以及实验方面所取得的主要成就. 其中, 界面摩擦力学解析建模包括三类建模方式, 分别为自下而上的本构建模 (GW 模型、CEB 模型、MB 模型以及 YK 分形接触模型等)、自上而下的唯象建模 (静态库伦摩擦模型、动态 Dahl 摩擦模型以及滞回 Iwan 摩擦模型等) 和最新提出的唯象学本构摩擦建模 (表面形貌微观接触模型、接触压力分布模型以及粗糙表面压力统计模型等). 有限元仿真建模包括两类模型, 分别为直接有限元建模 (实体单元模型、杆单元模型、弹簧单元模型以及梁单元模型等) 和间接等效有限元建模 (节点-节点接触模型、薄层单元模型以及零厚度单元模型). 连接实验则分为静动载实验, 分别为连接实验基准系统 (BMD、Brake-Reuβ 梁、双 Sumali 梁以及 Gaul 谐振器等) 和各向激励实验 (剪切激励、轴向激励以及扭转激励等). 最后, 立足当前连接结构界面摩擦力学研究进展, 对未来连接结构动力学提出若干需求和展望.

2　连接结构的强度和刚度

螺栓连接是各类结构的主要连接形式和传力枢纽, 同时也是结构的薄弱环节, 决定着整体结构的承载能力、完整性及安全性 (McCarthy 2001). 高端装备结构设计的关键一环就是螺栓连接的设计, 螺栓连接的强度和刚度要求限制了整体结构设计 (Ataş & Soutis 2017). 螺栓连接的强度包括比例极限下的载荷、屈服载荷、极限载荷、最大载荷和承载能力, 而影响连接结构强度的因素主要分为材料性能、几何因素、装配条件以及使役环境 (Sawata 2015).

连接结构强度失效机理通常分为三个阶段: 裂纹萌生、微裂纹扩展和结构断裂. 裂纹萌生阶段受到多种因素的影响, 包括几何形状、应力、表面粗糙度和环境条件; 结构断裂阶段是微裂纹扩展和横截面积减小导致的 (Zampieri et al. 2019). 王帅等 (2022) 按 GJB715.23A-2015、GJB715.26A-2015 执行试验方法, 对比不同规格螺栓的拉伸强度和双剪强度, 发现拉伸和双剪工况下螺栓强度破坏位置分别在螺纹和光杆处, 如**图 3(a)** 所示. Zampieri 等 (2019) 探究了剪切载荷下连接件强度破坏形式, **图 3(b)** 为连接件之间的摩擦应力不连续导致连接件应力集中出现裂纹, **图 3(c)** 为连接件孔位置由于高应力集中出现裂纹. Jiménez-Peña 等 (2017) 和 Juoksukangas 等 (2016) 研

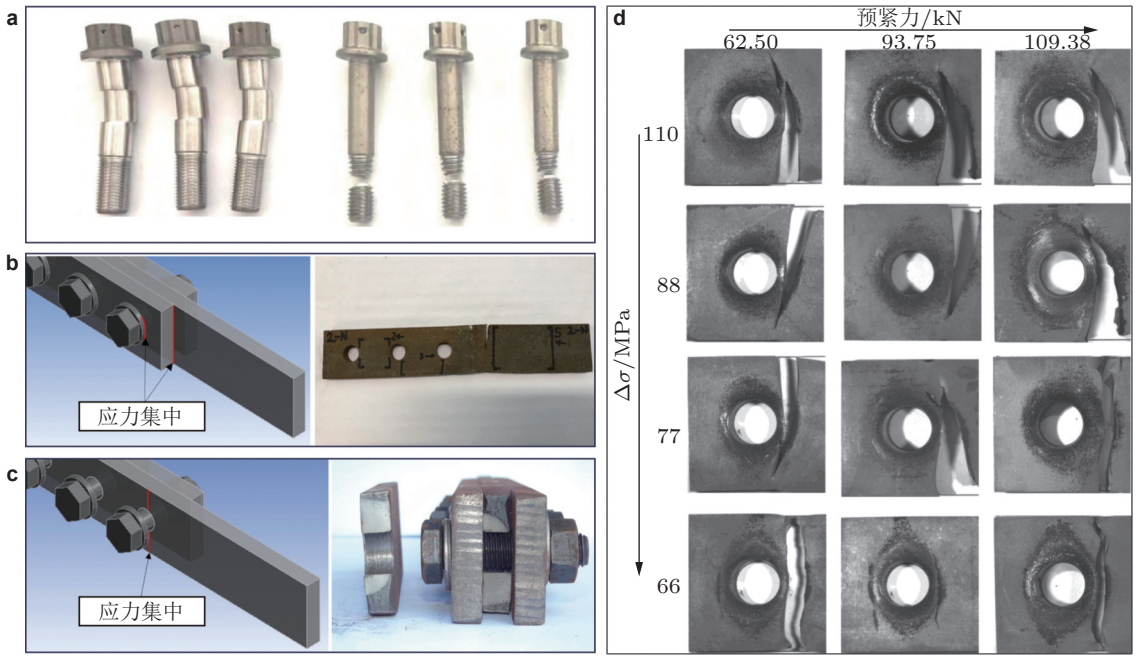


图 3

连接结构强度破坏. (a) 螺栓拉伸强度与剪切强度破坏 (王帅 等 2022), (b) 连接件应力集中, (c) 螺栓孔应力集中 (Zampieri et al. 2019), (d) 不同应力及预紧力下连接件疲劳破坏 (Jiménez-Peña et al. 2017)

究了不同螺栓预紧力下连接微动疲劳失效机理, 如**图 3(d)** 所示, 随着螺栓预紧力增大, 连接件微动疲劳寿命增加, 连接界面的黏滞区域增大, 裂纹萌生位置距离螺栓孔越远.

螺栓的强度和失效模式与螺栓的参数 (如配合尺寸、螺栓预紧力和螺栓孔间隙等) 和使役环境密切相关 (刘嘉鸣 等 2023, Hausmann et al. 2017). 剪切载荷下螺栓孔附近高应力集中会导致连接件出现裂纹, 而螺栓预紧力引起的连接件与垫圈之间摩擦力会分担一部分外载, 使应力重新分配, 降低应力集中, 提高连接结构的静载强度 (Thoppul et al. 2009, Kapti et al. 2010, Choi et al. 2018). 同时, 增加螺栓预紧力和减小垫圈直径都会增大接触压力, 且螺栓连接刚度会随着预紧力增大而提高, 但是预紧力过大造成的拉压应力反而会导致强度下降 (Park 2001, Khashaba et al. 2006, Nassar et al. 2007). 螺栓和孔之间的间隙越大, 它们之间的接触面积越小, 这会导致更高的螺栓局部应力, 降低螺栓强度 (Kelly & Hallström 2004, Zhai et al. 2015). 此外, 极端使役环境条件下 (如湿度、温度等) 连接结构的承载强度也会降低 (Ozen & Sayman 2011, Soykok et al. 2013).

对连接刚度的要求, 主要体现在载荷传递过程中的时滞问题, 刚度较大时, 时滞较小; 刚度较小时, 载荷传递时滞较大. 值得学者们关注的是: 较低的刚度能够在连接处产生隔振效果, 但是低刚度的较大位移及时滞也必须满足力传递的设计要求.

为实现高效的连接结构设计, 需要对连接结构的强度及失效机制进行准确评估 (山美娟和赵丽滨 2023), 但连接的引入会造成机械系统高度非线性, 产生额外的能量耗散, 影响系统的刚度、

固有频率以及动力学特性 (李玉奇 等 2019). 目前连接的强度和刚度方面无法得到有效预测理论, 不准确的建模可能造成动态分析过程产生不可接受的误差 (Zhang Z et al. 2019). 因此, 需要建立连接结构界面摩擦力学模型准确模拟连接结构的非线性能量耗散和非线性刚度软化行为. 精准构建连接结构的等效模型有助于提高机械系统整体模型的动态特性预测精度, 并为其动态服役性能监测与评价奠定重要理论基础 (曹军义 等 2021).

3　连接结构界面摩擦力学解析建模

连接结构界面摩擦力学建模研究的主要挑战来源于由界面的非线性、时变性、不确定性等引起的跨尺度、多物理场和多学科交叉等复杂力学行为, 以及对连接界面直接实验观测的困难性 (王东 等 2018). 随着结构动力学、接触力学和摩擦学等学科的发展, 学者们主要从 3 个角度建立描述连接界面非线性行为的力学模型, 分别为自下而上的本构模型、自上而下的唯象模型以及近几年新提出的唯象学本构摩擦模型.

3.1　自下而上: 本构模型

连接结构自下而上建模是指从分析连接界面的多尺度物理行为入手, 从微、纳尺度开始逐步利用物理规律建立连接界面的力学模型 (徐超和王东 2014). 可以想象在界面的微观角度进行观察时, 连接界面发生许多粗糙面的不连续接触, 两个凸面的微观接触可视为刚性平面与可变形球体之间的接触, 如图 4 所示. 本构模型是基于连接结构接触区域的物理界面, 构造不同粗糙表面的微观接触模型, 用局部的方式描述连接界面的摩擦现象, 以接触力 σ 作为位移 ε 的函数形式定义切向摩擦力, 即 $\sigma = f(\varepsilon)$, 再通过对接触区域上积分得到全局力与位移关系. 连接结构自下而上的本构建模方法主要包括基于连接界面粗糙度的统计方法和分形几何方法.

3.1.1　基于连接界面粗糙度的统计方法

无论界面如何宏观光滑, 从微观上来看连接界面的两个参考表面之间存在归一化间隙 d. 假设这些参考表面在整个接触区域内彼此平行, 则接触可等同于光滑刚性表面与具有组合粗糙度的粗糙表面之间的接触. 正态分布是表征一般工艺制造表面粗糙度高度最常见的分布, 如图 **5(a)** 所示. 虽然磨削表面 (由珩磨、研磨和超精加工) 通常表现出不对称的表面高度分布, 但表面粗糙度高度分布仍然表现出非常接近正态分布的分布形式 (Yu & Polycarpou 2002), 如图 **5(b)** 所示. 粗糙表面单个微凸体在法向载荷 P 的作用下, 形成接触半径为 a 的圆形接触区域, 在受到切向载荷 T 的作用后, 产生切向相对位移 δ, 且接触区域分为滑动区和黏着区两部分, 如图 **5(c)** 所示. 由微观的弹塑形响应, 求和就可以得到宏观界面受力响应.

基于连接表面粗糙度的统计方法可以将表面粗糙度参数 (如粗糙度高度的标准偏差、粗糙微凸体的曲率和粗糙度的面密度) 纳入接触载荷和变形计算中. 从结果来看, 通过统计方法提出的接触模型被证明是与实验结果密切相关 (Shi X & Polycarpou 2006).

Greenwood 和 Williamson 开创性的在名义平坦粗糙表面的接触中引入了统计求和的概念, 提出了 GW 模型 (Greenwood & Williamson 1966; Greenwood & Tripp 1967, 1970). GW 模型的

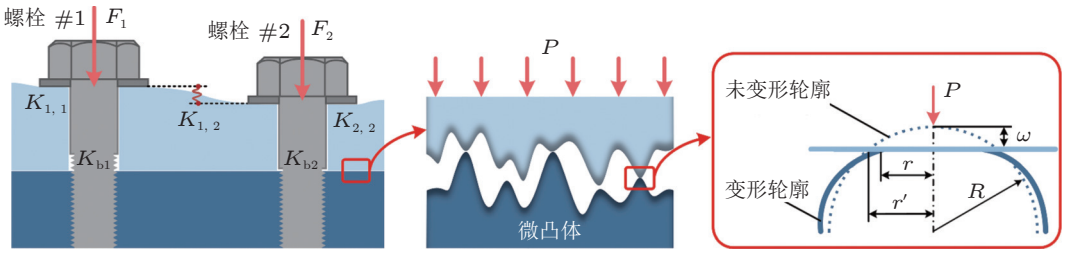


图 4

螺栓连接界面微观力学 (Chang Y et al. 2023)

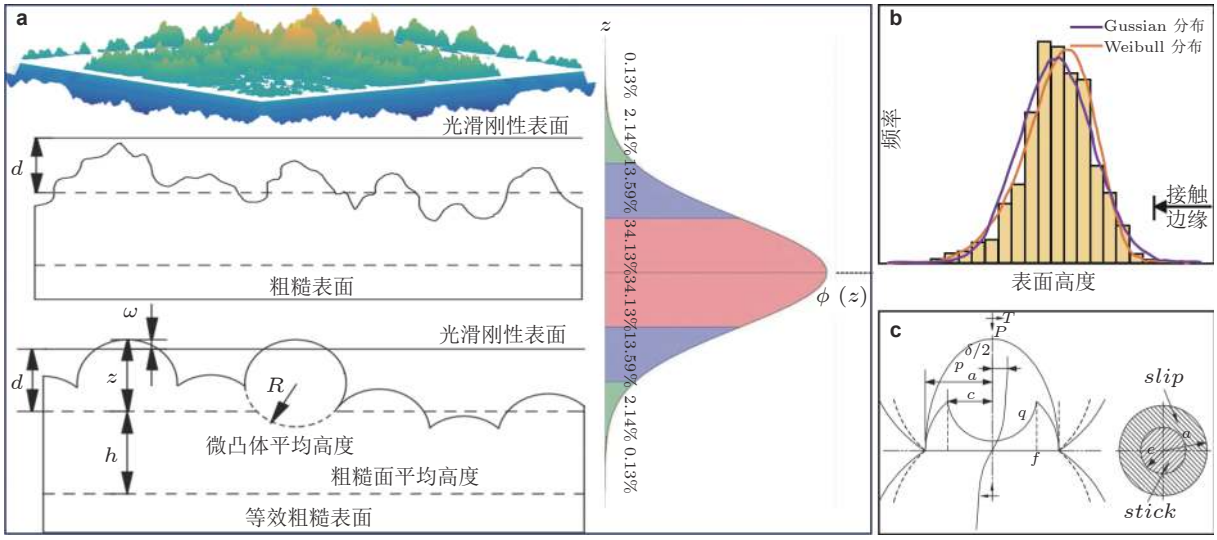


图 5

统计分析方法建模. (a) 粗糙表面接触示意图 (王东 等 2018), (b) 表面粗糙度 Gussian 分布和 Weibull 分布拟合直方图 (Yu & Polycarpou 2002), (c) 单个微凸体黏滑状态示意图 (王东 等 2018)

本质是基于 Herz 接触理论对接触表面上单个微凸体载荷贡献进行统计求和得到总的法向接触载荷. 虽然 GW 模型为其后众多学者广泛借鉴, 但仍有许多不足之处 (艾延廷 等 2022). 主要包括: (1) 只考虑了微凸体间的弹性作用, 忽略了微凸体间的弹塑性及塑性作用; (2) 忽略了微凸体间的相互作用, 认为各微凸体相互独立、互不影响; (3) 将所有微凸体的曲率半径简化为某一恒定的值, 这是不符合实际情况的. 随着研究的进一步深入, 不断有学者对其进行改进和补充.

Chang W R 等 (1987) 在 GW 模型的基础上, 将微凸体的变形分为弹性变形阶段和塑性变形阶段, 提出了基于体积守恒定律的粗糙接触 CEB 模型, 弥补了 GW 模型只考虑弹性变形的不足. 然而, CEB 模型忽略了弹塑性变形, 导致弹性阶段到塑性阶段的过渡过程中接触载荷和面积不连续. 故后来对 CEB 模型提出了几项改进使弹性到塑性的过渡平稳, 但这些对连续性的改进都是纯粹的数学操作, 没有直接的物理意义 (Evseev et al. 1991, Chang W R 1997, Zhao Y et al. 2000).

Kogut 和 Etsion (Kogut & Etsion 2002, Etsion et al. 2005, Kadin et al. 2006) 采用有限元方法模拟了完全滑移条件下单个球面与刚性平面弹塑性接触, 提出了 KE 模型. 基于有限元数据, 将微凸体变形分为弹性阶段、第 1 弹塑性阶段、第 2 弹塑性阶段、塑性阶段. 4 个阶段临界处对应的微凸体临界变形量分别为 ω_{c}、$6\omega_{\mathrm{c}}$、$110\omega_{\mathrm{c}}$. 但实际弹塑性接触并非理想的完全滑移假设, 存在黏着和滑移.

Brizmer 等 (2006a, 2006b, 2007) 研究了可变形球面与刚性平面之间的接触条件 (完全滑移或完全黏着) 和材料性能对弹塑性的影响, 提出了 BKE 模型. 发现接触在很大程度上受泊松比的影响, 对于较小的泊松比, 黏着与滑动状态下的行为大不相同, 当泊松比较高时, 黏着和滑移状态下初始屈服阶段相似.

综上, GW 模型、CEB 模型、KE 模型以及 BKE 模型中载荷和变形量的关系由式 (1) ~ (4) 给出

$$\mathrm{GW}: P^{*}=\omega^{*3/2} \tag{1}$$

$$\mathrm{CEB}: P^{*}=\begin{cases}\omega^{*3/2}, & \omega^{*}\leqslant 1\\ 3\left(\omega^{*}-0.5\right), & \omega^{*}>1\end{cases} \tag{2}$$

$$\mathrm{KE}: P^{*}=\begin{cases}\omega^{*3/2}, & \omega^{*}\leqslant 1\\ 1.03\omega^{*1.425}, & 1<\omega^{*}\leqslant 6\\ 1.40\omega^{*1.263}, & 6<\omega^{*}\leqslant 110\end{cases} \tag{3}$$

$$\mathrm{BKE}: P^{*}=\frac{\bar{l}_{c}}{\bar{\delta}_{c}^{3/2}}\begin{cases}\omega^{*3/2}, & \omega^{*}\leqslant \bar{\delta}_{c}\\ \omega^{*3/2}\left[1-\exp\left(\frac{\bar{\delta}_{c}{}^{\alpha}}{\bar{\delta}_{c}^{\alpha}-\omega^{*\alpha}}\right)\right], & \omega^{*}>\bar{\delta}_{c}\end{cases} \tag{4}$$

其中, $P^{*}=P/P_{\mathrm{c}}$ 和 $\omega^{*}=\omega/\omega_{c}$ 是归一化法向载荷和变形量, P_{c} 和 ω_{c} 分别为临界法向载荷和临界变形量.

最近, 学者们不断提出改进的统计方法模型, 如 CKE 模型 (Cohen et al. 2008, 2009)、基于物理的微动模型 (Eriten et al. 2011a, 2011b)、椭圆模型 (Xu et al. 2014, Shi J et al. 2015)、尺寸依赖性模型 (Song H et al. 2017) 等. 随着统计方法的逐渐完善和扩展, 其局限性也逐渐体现出来: 统计模型中统计参数的方差在很大程度上取决于测量仪器的分辨率和采样长度, 因此对于粗糙表面的特征描述和分析并不是唯一的 (Wang H et al. 2020), 并且由于粗糙表面具有多尺度特性, 统计模型无法表征完整的粗糙表面. 为了克服统计模型的缺陷, 分形几何理论被引入并广泛应用于粗糙表面形貌的描述和建模.

3.1.2 基于连接界面粗糙度的分形几何方法

连接结构的等效粗糙表面形貌具有随机、多尺度及无序的特征, 对应数学形式上连续、不可微及自仿射 (affine self-similar) 的分形特征 (陈建江 等 2018a, 2018b). Mandelbrot (1967) 以毫无规则的海岸线引出曲线的自仿射特性, 并使用分形维数 D 描述曲线. 如果放大连接结构粗糙表面轮廓, 粗糙表面轮廓会出现越来越多的纳米级甚至更小的粗糙结构, 且与放大前的结构极为相似, 呈现分形特征, 如**图 6(a)** 所示. 随着分形维数 D 越大, 微凸体轮廓高度越小, 单位面积微凸体越多, 如**图 6(b)** 所示. 使用分形几何理论可以反映连接结构表面的形貌特征参数以及

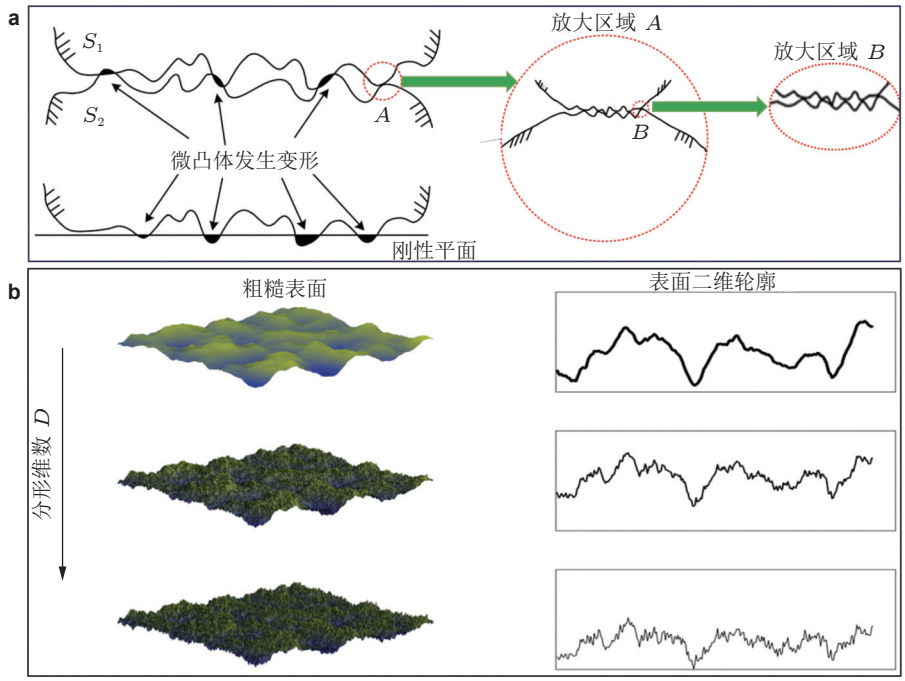


图 6

分形几何方法建模. (a) 粗糙表面分形特征 (张凯 2019), (b) 不同分形维数下粗糙表面 (Teengad 2023)

界面微凸体接触特性.

Majumdar 和 Bhushan (1991) 基于分形几何理论提出了连接界面接触的 MB 模型, 利用 Weierstrass-Mandelbrot (WM) 函数描述粗糙表面的轮廓曲率, 获得二维粗糙表面接触载荷和变形量的关系

$$z(x)=L\left(\frac{G}{L}\right)^{(D-1)}(\ln\gamma)^{1/2}\sum_{n=0}^{n_{\max}}\gamma^{(D-2)n}\cdot\left[\cos\phi_{1,n}-\cos\left(\frac{2\pi\gamma^n x}{L}-\phi_{1,n}\right)\right] \tag{5}$$

式中, $z(x)$ 为微凸体高度, x 为微凸体位移, L 为分形采样长度, $\phi_{1,n}$ 为随机相位, γ 为随机微凸体的空间频率, n 为空间频率指数, 表示微凸体的尺度等级, $n_{\max}$ 为距离截止长度有关的频率指数上限, G 为特征尺度系数, 在二维空间尺度下分形维数 D 的取值范围为 $1<D<2$. 相比于 GW 模型, MB 模型明确区分微凸体的弹性变形与非弹性变形.

Yan 和 Komvopoulos(1998) 将二维 MB 模型扩展到三维, 建立包含多尺度微凸体重叠参数和相位参数的双变量 WM 函数式, 提出了 YK 三维分形接触模型

$$z(x,y)=L\left(\frac{G}{L}\right)^{(D-2)}\left(\frac{\ln\gamma}{M}\right)^{0.5}\cdot\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{n_{\max}}\gamma^{(D-3)n}\left\{\cos\varphi_{m,n}-\cos\left[\frac{2\pi\gamma^n\left(x^2+y^2\right)^{0.5}}{L}\times\cos\left(\arctan\left(\frac{y}{x}\right)-\frac{\pi m}{M}\right)+\varphi_{m,n}\right]\right\} \tag{6}$$

式中, $z(x,y)$ 为微凸体高度, x 和 y 为微凸体的位移坐标, M 为构造表面重叠隆起的个数, L_s 为最

低截至长度, $\phi_{m,n}$ 为随机相位, 在三维空间尺度下分形维数 D 的取值范围为 $2<D<3$. 当 $M=m=1$, 式 (6) 退化为式 (5).

然而, 随着连接界面微凸体法向载荷增大, MB 模型和 YK 模型先发生塑性变形, 再发生弹性变形, 这与经典 Herz 接触模型相矛盾. 对此, Morag 和 Estion (2007) 对 MB 分形理论的弹塑性变形临界接触面积进行修正, 提出了 ME 接触模型. 但由于临界接触面积的尺度相关性, 很难对真实接触面积进行积分, 难以得到粗糙表面的真实接触载荷和面积的关系. 因此, Miao 和 Huang (2014) 对 ME 模型进行补充, 建立尺度相关的粗糙表面接触模型, 获得了真实接触载荷和面积的关系. 其它学者基于三维的 WM 函数也提出了考虑摩擦接触和连接界面宏观参数的各类分形模型 (Liu P et al. 2015, Chen Q et al. 2016, Pan et al. 2017, Liu Y et al. 2018).

自从 20 世纪提出 WM 函数, 并用分形模型表征连接结构粗糙表面, 这种更有效的表面形貌模型已经被国内众多团队持续探究与创新. 张学良等对界面分形理论进行了大量的基础理论研究 (张学良 等 2021, 王余松 等 2018); 原园等扩展了界面分形微凸体弹塑性接触 (Yuan et al. 2017, 2018); 田红亮等创新并拓展了分形接触理论 (田红亮 等 2013, 2016); 李小彭、陈奇以及李玲等团队考虑不同的环境扩展了分形模型的应用 (李小彭 等 2018, 陈奇 等 2016, 李玲 等 2023). 连接界面分形模型对粗糙表面的表征起到重要作用, 并且大量的实验研究都证明了该理论的正确性.

基于统计方法的连接结构力学建模是考虑连接界面的微观接触机理和粗糙度特征, 然后积分推导出宏观特性. 首先分析连接界面微凸体的弹塑性接触变形和黏滑摩擦行为, 再结合粗糙面形貌参数和数理统计分析方法推导出接触界面的非线性力学模型; 其核心是确定粗糙表面微凸体高度的概率密度函数. 基于分形几何方法的连接结构力学建模是考虑连接结构表面多尺度的形貌特征参数以及界面微凸体接触机理, 首先通过连接界面的轮廓曲线结构函数获取分形维数 D 和特征尺度系数 G, 再结合粗糙表面总的接触载荷和真实接触面积之间的关系计算出接触界面的非线性力学模型, 其核心是确定粗糙表面上各尺度等级微凸体的面积分布密度函数. 连接结构本构建模的模型参数有明确的物理意义, 利于从微观角度解释连接界面非线性刚度和阻尼能量耗散的特性.

3.2　自上而下: 唯象模型

连接结构自上而下的唯象学建模是指利用连接结构的宏观力学响应, 采用系统辨识理论和方法求出连接界面的力学模型 (徐超和王东 2014). 唯象学连接结构力学建模不是直接从接触机理上建立连接结构力学模型, 而是基于实验观察建立力学模型. 通过连接结构的实验, 研究人员发现连接结构一些固有的特性和趋势. 在如**图 7(a)** 所示的螺栓连接结构中, 实验发现在加载过程中会发生线弹性黏着、微观滑移和宏观滑移阶段, 经历卸载和再次加载, 连接处力-位移曲线出现滞回效应, 如**图 7(b)** 所示. 此外, 激励力与能量耗散以及刚度分别出现幂律关系和刚度软化的实验现象, 如**图 7(c)** 和**图 7(d)** 所示.

桑迪亚国家实验室的 Brake(2018) 探究 Brake-Reuß梁 (3 个螺栓搭接结构) 在不同工况下的实验响应趋势, 结果如**图 8** 所示. **图 8(a)** 发现连接系统表现出非线性耗散特性 (激励振幅增大时响应峰值先降低再上升) 和非线性软化行为 (激励振幅增大时响应峰值趋向于低频); 这种频率响

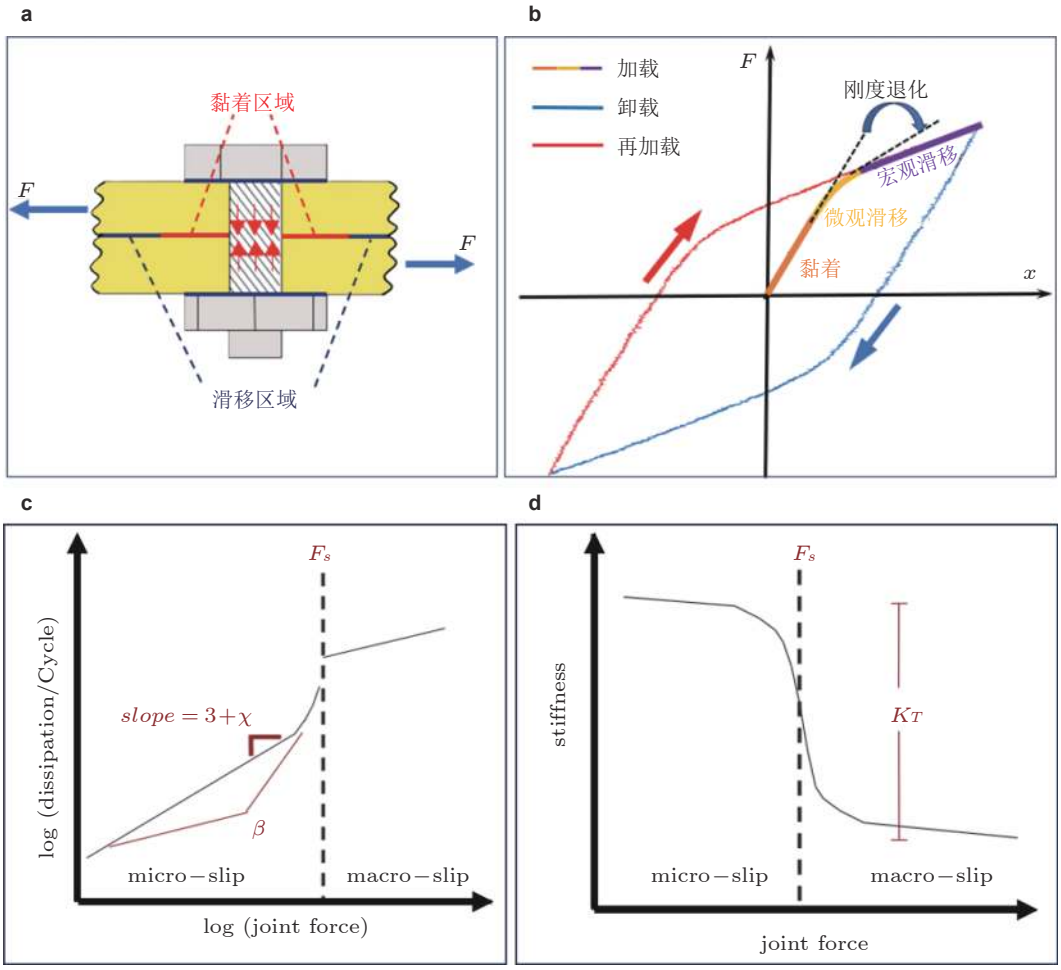


图 7

连接结构的实验特性. (a) 螺栓连接结构示意图, (b) 加卸载时力与位移关系, (c) 力与能量耗散的幂律关系, (d) 刚度软化 (Brake et al. 2014)

应特征和摩擦接触系统所表现出的趋势一致 (Mathis et al. 2020, Botto et al. 2018). **图 8(b)** 为连接系统的滞回曲线, 所围成的面积就是连接结构能量耗散的实验估计值, 使用 k_{secant} 衡量连接结构等效刚度. **图 8(c)** 和**图 8(d)** 分别为不同激励振幅和预紧力下连接结构的滞回响应, 激励振幅增大会使耗能增加、刚度降低, 预紧力增大会让耗能大幅改变、刚度增大.

基于以上连接结构的实验现象和趋势, 在其它整体模型 (如摩擦接触模型) 中引入所缺失的连接结构物理特性, 采用数据拟合的方法描述连接界面上的黏滑摩擦行为, 进而表征连接结构切向力与摩擦界面中相对位移的整体关系. 连接结构唯象模型主要包括静态摩擦模型、动态摩擦模型以及滞回摩擦模型.

3.2.1 静态摩擦模型

静态摩擦模型假设摩擦力是关于连接界面相对速度的静态函数. 18 世纪, Coulomb 提出了最著名的静态摩擦模型——库伦摩擦模型, 认为摩擦力与相对速度的幅值和接触面积无关, 与

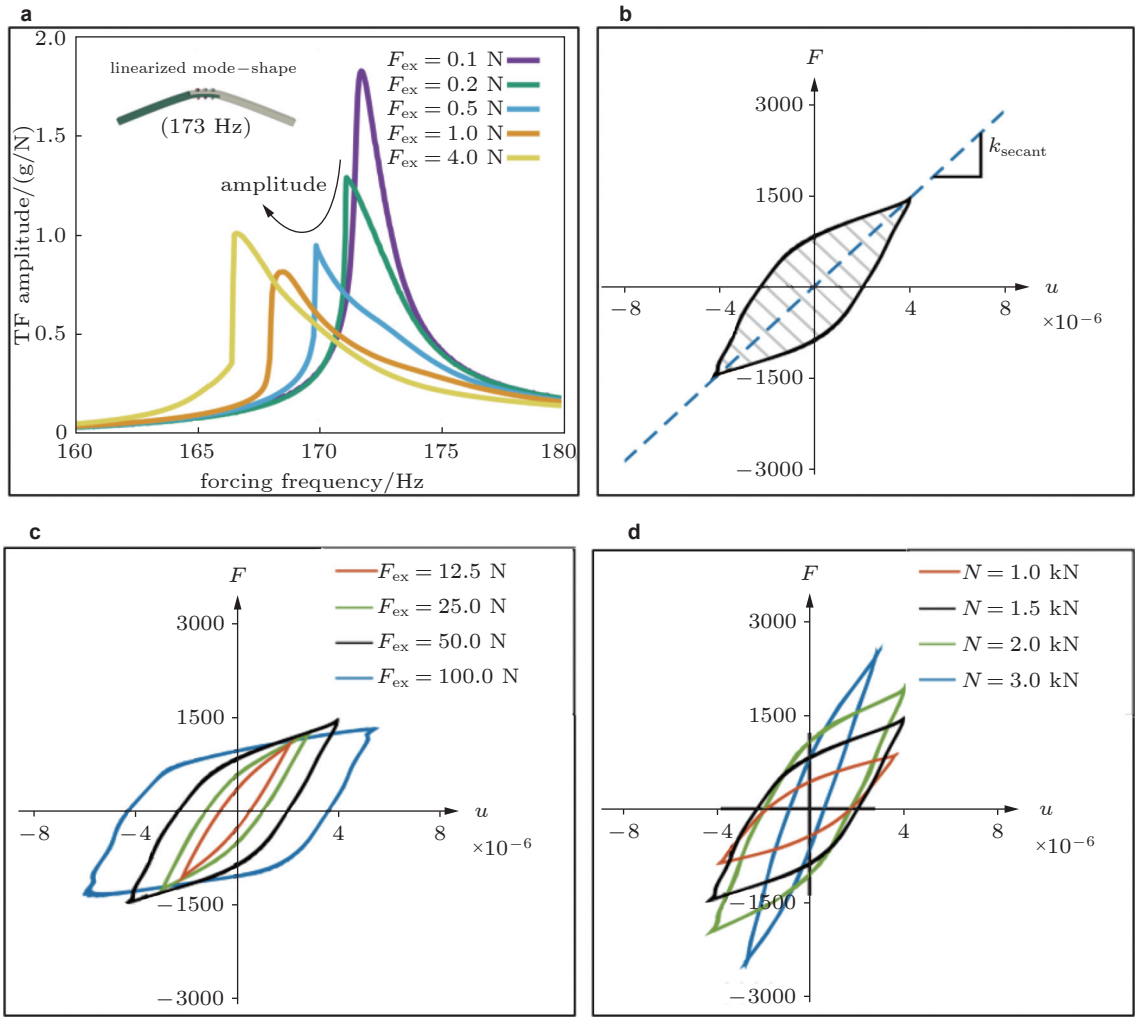


图 8

连接结构的实验趋势 (Mathis et al. 2020). (a) 不同激励振幅下的频率响应, (b) 滞回曲线割线斜率, (c) 不同激励振幅下滞回曲线, (d) 不同预紧力下滞回曲线

法向载荷成比例. 随着流体力学的发展, 学者们发现流体存在黏性, 将库伦模型与黏性摩擦模型组合使用, 进而提出了库伦 + 黏性模型. Morin (1833) 引入了静止时静摩擦力与外力相互作用的思想, 发现静摩擦要大于库伦摩擦, 得到了静摩擦 + 库伦 + 黏性摩擦模型. Stribeck (1902) 实验发现当克服最大静摩擦力后, 摩擦力在低速时先随速度的增加而减小, 然后才上升, 呈现为速度的连续函数, 这一现象被称为负斜率摩擦现象; 之后 Armstrong-Hélouvry (1991) 在 Stribeck 的基础上添加了黏性摩擦项, 得到了 Stribeck 摩擦模型. Stribeck 模型是摩擦系统动力学研究中最常用的摩擦力模型, 其中的负斜率部分代表负黏性阻尼项, 产生不稳定的效果, 引起系统黏滑运动和极限环现象 (丁千和翟红梅 2013). 以上静摩擦模型存在零速检测问题以及黏滞和滑动摩擦状态方程间的切换困难问题 (Iurian et al. 2005). 因此, Karnopp (1985) 定义一个非常小的零速区间 $|v| \leqslant D_V$, 在零速区间外, 系统处于滑动阶段, 摩擦力是速度的函数, 在零速区间内, 系统处于

黏滞阶段并进行状态转换, 摩擦力由系统所受到的外力决定 (大小等于外力, 但小于最大静摩擦力, 方向与外力相反), 定义为 Karnopp 模型 (状态转换模型). Karnopp 模型只要 D_V 足够小, 就能保证计算精度, 且计算快、稳定性好, 但针对 D_V 的估计存在困难 (刘丽兰 等 2008). Armstrong-Hélouvry 等 (1994) 提出可描述摩擦的预滑动位移、可变的静摩擦力以及黏滑等行为的七参数摩擦模型 (F_c、F_v、$F_{s,\infty}$、k_t、v_s、τ_L、γ), 该模型是一个离散的动态摩擦模型, 较为全面的捕捉摩擦模型特性, 实验证明七参数摩擦模型可以定性预测预滑动、库伦摩擦、黏性摩擦、Stribeck 效应、摩擦记忆以及可变静摩擦力等 (Polycarpou & Soom 1995). **图 9** 为各静摩擦模型的函数图像, 其中 v 为相对滑动速度, f_c 为库伦摩擦力, f_s 为最大静摩擦力.

3.2.2 动态摩擦模型

动态摩擦模型认为摩擦力不能仅作为速度的函数, 需要引入随时间变化的内部状态变量 (如应变速率), 进而推出描述连接结构动态行为的微分方程 (Bograd et al. 2011). 动态摩擦模型无论在静摩擦阶段还是滑动阶段, 摩擦交界面在法向和切向上都有变形. 20 世纪中后期, Dahl 通过多次实验发现, 如果外力未达到最大静摩擦力, 接触表面间的粗糙峰会产生类似于弹簧行为的微小位移, 被称为 Dahl 效应或预滑动位移 (Dahl 1975, 1976), 如**图 10(a)** 所示. 预滑动位移是粗糙表面弹性变形的结果, 这会软化和硬化摩擦力在零速区的非线性 (Iurian et al. 2005). Dahl 摩擦模型基于应力-应变曲线, 用微分方程描绘摩擦力-位移曲线

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}u}=\sigma_0\left(1-\frac{F}{f_\mathrm{c}}\mathrm{sgn}(v)\right)^{\alpha} \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}u}v=\sigma_0\left(1-\frac{F}{f_\mathrm{c}}\mathrm{sgn}(v)\right)^{\alpha}v \tag{8}$$

$$令F=\sigma_0 z,\ \alpha=1,\ \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=v-\frac{\sigma_0\left|v\right|}{f_\mathrm{c}}z \tag{9}$$

式中, u 为位移, σ_0 为刚度系数, α 为拟合摩擦力-位移曲线的参数, 通常取 1, z 代表内部状态变量, 当时间 t 趋于∞的稳态时, $F=\sigma_0 z=f_\mathrm{c}\mathrm{sgn}(v)$, Dahl 摩擦模型退化为库伦摩擦模型.

Dahl 摩擦模型开创性地引入了平均变形的概念, 采用状态变量 z 描述无数个粗糙峰的平均变形, 是建立其它动态模型的重要基础, 可以描述预滑动位移和摩擦滞后, 但它不能描述静摩擦力和捕捉 Stribeck 效应, 也无法分析接触表面的黏滑运动现象 (Bohlin 1994, Olsson et al. 1998). LuGre 摩擦模型扩展了 Dahl 模型, 将接触表面想象成大量刚性鬃毛和弹性鬃毛随机接触, 如**图 10(b)** 所示. LuGre 模型基于鬃毛的平均变形来建模 (De Wit et al. 1995), 鬃毛的平均变形用状态变量 z 表示

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=v-\frac{\sigma_0\left|\nu\right|}{g(\nu)}z \tag{10}$$

$$g(\nu)=f_c+(f_s-f_c)e^{-(\nu/\nu_s)^2} \tag{11}$$

$$F=\sigma_0 z+\sigma_1\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}+\sigma_2\nu \tag{12}$$

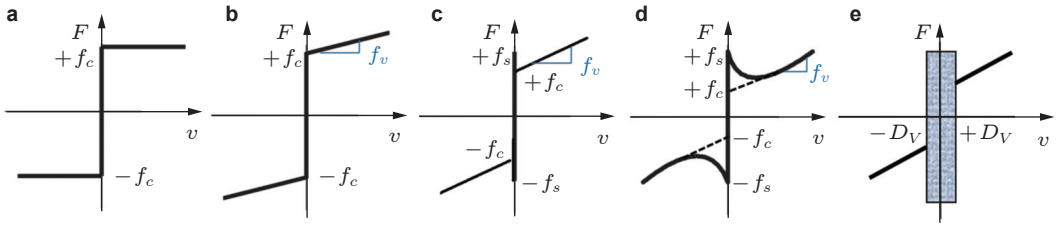


图 9

静态摩擦模型 (Gaul & Nitsche 2001). (a) 库伦模型, (b) 库伦 + 黏性模型, (c) 静摩擦 + 库伦 + 黏性摩擦模型, (d) Stribeck 摩擦模型, (e) Karnopp 摩擦模型

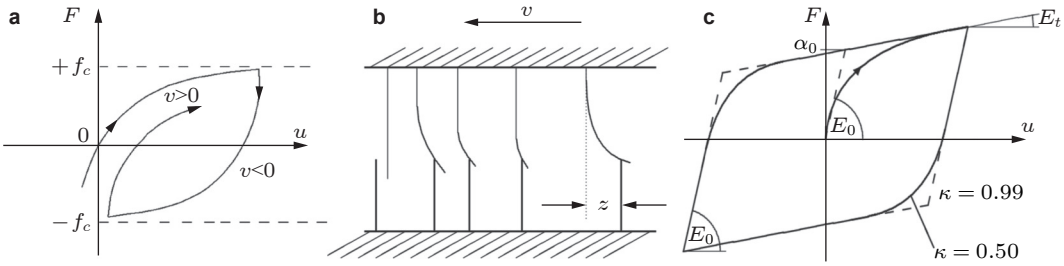


图 10

动态摩擦模型. (a) Dahl 模型 (Dahl 1976), (b) LuGre 模型 (De Wit et al. 1995), (c) Valanis 模型 (Valanis 1971, Gaul et al.1998)

式中, σ_0 为鬃毛的刚度, σ_1 为微观阻尼系数, σ_2 为黏性摩擦系数, $g(v)$ 为稳态速度时 Stribeck 效应函数. 当 $g(v)=f_c$ 且 $\sigma_1=\sigma_2$ 时, LuGre 摩擦模型可简化为 Dahl 模型. 当忽略黏性摩擦力 $\sigma_2 v$, 并假设鬃毛的平均变形处于稳态运动时, $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t=0$, LuGre 模型摩擦力就简化成 Stribeck 摩擦力, $F=\sigma_0 z=g(v)\mathrm{sgn}(v)$. LuGre 摩擦模型由六个参数表征: σ_0、σ_1、σ_2、f_c、f_s、v_s, 其中 σ_0 和 σ_1 是动态参数, f_c、f_s、v_s 和 σ_2 是静态参数. LuGre 摩擦模型用一阶微分方程刻画了库伦摩擦、预滑动、可变静摩擦力、Stribeck 摩擦和摩擦滞后等摩擦现象, 更能体现真实摩擦现象, 但由于引入状态变量 z 导致动态参数辨识比较复杂 (丁千和翟红梅 2013, De Wit & Lischinsky 1997).

Valanis 摩擦模型能够描述连接界面从微观滑移到宏观滑移状态下载荷传递的非线性行为, 同时使用相对较少的模型参数和较低的计算成本, 因此在连接结构建模和辨识研究中广泛应用 (Valanis 1971, Gaul & Lenz 1997, Jalali et al. 2011, Abad et al. 2014), 如**图 10(c)** 所示. Valanis 摩擦模型的摩擦力由下式确定

$$\dot{F}=\frac{E_0 v\left[1+\dfrac{\lambda}{E_0}\mathrm{sgn}(v)(E_t u-F)\right]}{1+\kappa\dfrac{\lambda}{E_0}\mathrm{sgn}(v)(E_t u-F)}=\dot{F}(u,v,F) \tag{13}$$

$$\lambda=\frac{E_0}{\alpha_0\left(1-\kappa\dfrac{E_t}{E_0}\right)} \tag{14}$$

式中, E_0 为黏着状态下接触界面的刚度模量, E_t 为宏观滑移状态下接触界面的斜率模量, κ 控制微观滑移的影响, κ 值越大, 微观滑移的影响越小, α_0 为黏着状态极限值 (相当于屈服应力), λ 由前面的参数定义.

总的来说, 动态摩擦模型比静态摩擦模型能更好描述连接结构界面摩擦的非线性行为, 但这也意味着参数辨识更加困难. Dahl 模型简单, 可适用于自适应摩擦补偿, LuGre 模型能准确预测重要的摩擦特性, Valanis 模型可通过更少的参数定义摩擦接触界面.

3.2.3 滞回摩擦模型

滞回摩擦模型源于弹性理论, 主要描述连接结构的能量耗散和变形 (Bograd et al. 2011). 目前, 学者们已经开发了多种滞回摩擦模型, 比如 Duhem 模型、Bouc 模型、Bouc-Wen 模型、Masing 模型、Masing-Bouc-Wen 模型、Prandtl-Ishlinskiĭ模型以及 Iwan 模型等 (Duhem 1897; Bouc 1971; Wen 1976; Masing 1926; Awrejcewicz et al. 2008; Prandtl 1928; Ishlinskiĭ 1944; Iwan 1966, 1967). 其中 Iwan 模型是研究连接结构宏观力学行为最流行的滞回摩擦模型. Iwan (1966, 1967) 首次提出了 Iwan 模型, 之后众多学者在 Iwan 模型的基础上提出了各种改进的连接结构力学模型, 下面将简要介绍 Iwan 模型的由来以及发展.

现在的 Iwan 模型正确名称应该是 Bauschinger-Masing-Prandtl-Ishlinskiĭ-Iwan 模型 (Segalman & Starr 2008, 2012). 在 19 世纪末, Bauschinger (1886) 对几种钢合金的圆柱棒试样进行了一系列循环加载实验, 通过应变片记录了循环加载时的塑性变形, 并指出, 拉伸时的塑性变形越大, 随后压缩屈服应力的降低幅度就越大. Masing(1926) 考虑了 10 个弹塑性离散单元并联描述金属的弹塑性行为, 每个单元的弹性模量相同, 但屈服应力不同; Masing 模型的每个离散单元只有在经过其初始弹性范围的 2 倍后才表现出塑性, 因此, 该模型在循环载荷下的卸载曲线与初始单调加载曲线 (骨线) 相同, 只是沿力和位移轴拉伸了 2 次, 然后平移至骨线方程的顶端, 最后对卸载曲线沿力和位移轴翻转得到加载曲线, 获得封闭对称的滞回环 (Ranjan & Pandey 2021, Skelton et al.1997). Masing 模型示意图和满足 Masing 假设的滞回曲线如**图 11(a)** 所示. 根据 Masing 模型的卸载和加载曲线直接来自初始单调加载曲线, 其数学表达式为

$$F_{\pm}(u) = \mp F_0 \pm 2F\left(\frac{\pm u \mp u_0}{2}\right) \tag{15}$$

其中, F_0=$F(u_0)$, $F_+(u)$ 和 $F_-(u)$ 分别表示加载和卸载曲线方程.

Masing 模型的研究重点是弹塑性离散单元在滞回曲线的对称性, 但模型本身是离散的. Prandtl (1928) 提出使用连续分布的弹塑性单元描述金属的响应, 进而得到了连续的力-位移关系. Ishlinskiĭ (1944) 深入探究这种连续分布模型的数学本质, 提出了 Prandtl-Ishlinskiĭ模型. 在广义的 Prandtl-Ishlinskiĭ模型中, 存在两类基本的弹塑性单元, 分别是弹簧和滑块并联的 Prager 单元以及弹簧和滑块串联的 Prandtl 单元, 用于捕捉连接系统在滞回摩擦过程中的线性和非线性现象, 并且这些单元的串联和并联组合能够描述系统的真实物理响应 (Na et al. 2018, Visintin 2013, Rakotondrabe 2012), 如**图 11(b)** 所示. **图 11(c)** 为 Prager 单元和 Prandtl 单元在单位振幅下的滞回曲线. 在 20 世纪 60 年代, Iwan (1966, 1967) 在众多研究学者的基础上进行了扩展, 提

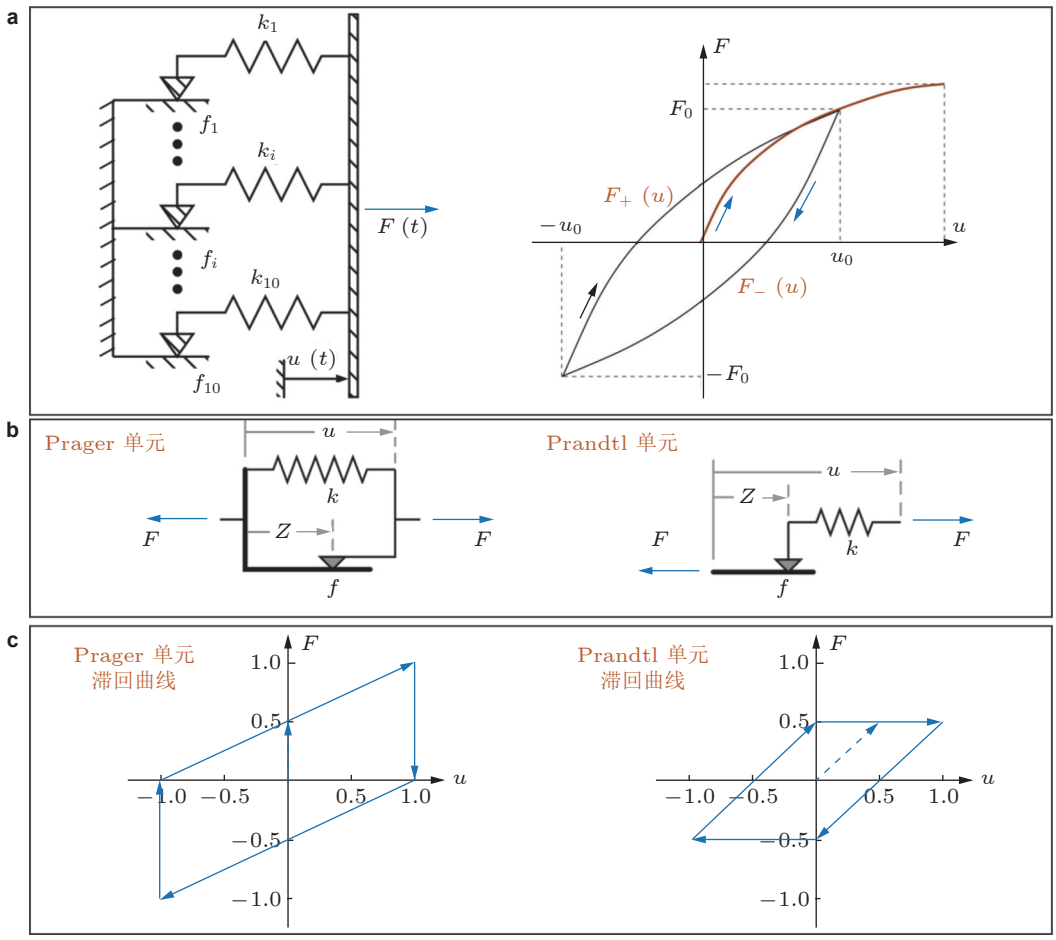


图 11

Iwan 模型的发展 (Mathis et al. 2020). (a)Masing 模型, (b)Prandtl-Ishlinskiĭ单元, (c) Prandtl-Ishlinskiĭ模型滞回曲线

出了串并联的 Iwan 模型 (Prager 单元串联) 以及并串联的 Iwan 模型 (Prandtl 单元并联), 分别如**图 12(a)** 和**图 12(b)** 所示. 需要指出的是, 广义的 Prandtl-Ishlinskiĭ模型是 Prager 单元和 Prandtl 单元任意串联和并联的组合 (Quinn & Segalman 2005), 而 Iwan 模型将组合类型局限为两种模型, 即所有的 Prandtl 单元彼此并联或者所有的 Prager 单元彼此串联; 进一步的, Masing 模型实际上是 10 个 Prandtl 单元彼此并联, 所以 Masing 模型是 Iwan 模型的特例; 完整的滞回摩擦模型的逻辑关系如**图 12(c)** 所示. 此外, 并联 Prandtl 单元的 Iwan 模型是最为流行的, 在 Iwan 模型中称 Prandtl 单元为 Jenkins 单元.

如**图 12(b)** 所示的并串联 Iwan 模型, 采用 N 个 Jenkins 单元并联组成的子系统描述连接界面多尺度黏滑摩擦行为. 在 Iwan 模型中, 当施加位移小于 Jenkins 单元的屈服位移时, 表现为黏着状态, Jenkins 单元的位移与施加位移 u 一致; 当施加位移大于 Jenkins 单元的屈服位移时, 屈服的 Jenkins 单元开始发生滑移, 此时 Jenkins 单元的位移等于屈服位移. 因此, 第 i 个 Jenkins 单元的滑移力 f_i 与施加位移 u 的关系表示为

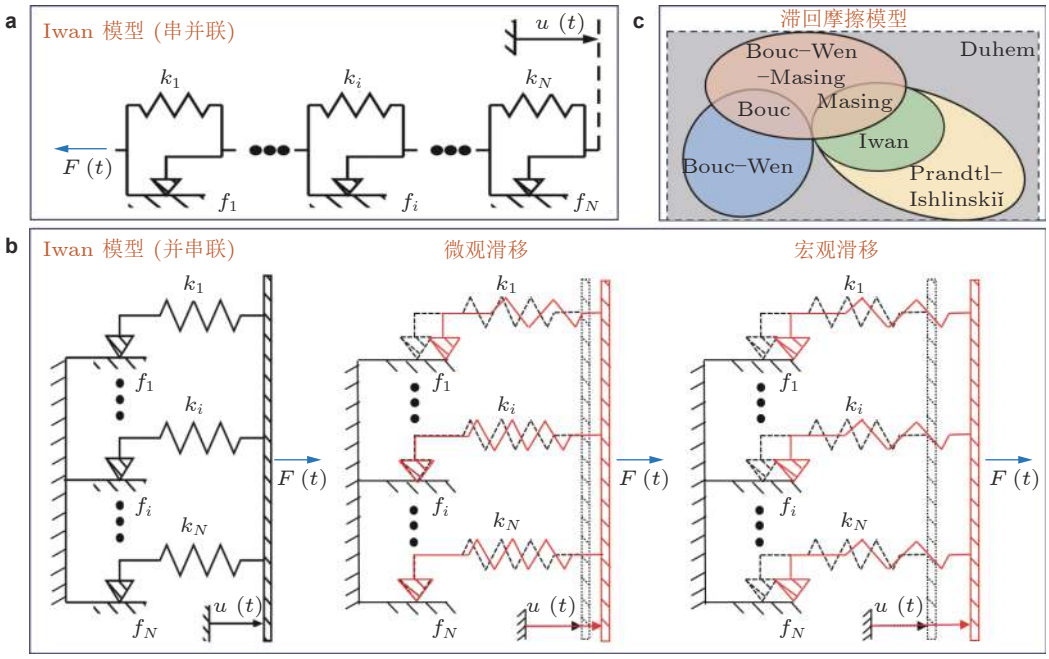


图 12

Iwan 模型. (a) 串并联 Iwan 模型 (Prager 单元串联)(Mathis et al. 2020), (b) 并串联 Iwan 模型 (Prandtl 单元并联), (c) 滞回摩擦模型逻辑关系

$$f_i = f_i(u) = \begin{cases} k_i u, & 0 < u \leqslant u_i, \\ k_i u_i, & u > u_i, \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{黏着} \\ \text{滑移} \end{matrix} \tag{16}$$

式中, u_i 为 Jenkins 单元的屈服位移, k_i 为 Jenkins 单元的刚度, $f_i = k_i u_i$ 为 Jenkins 单元的屈服力.

假设 N 个 Jenkins 单元组成一个并联系统, 在位移 u 的作用下, 有 n 个 Jenkins 单元发生了屈服; 且当 Jenkins 单元的个数 $N \to \infty$ 时, 用密度函数 $r(f)$ 表示 Jenkins 单元屈服力 $f = k_i u_i$ 的分布. 假设每一个 Jenkins 单元的刚度均为 k, 那么该系统的力-位移关系可写为

$$F(u) = \int_0^{ku} f \cdot r(f) \mathrm{d}f + \int_{ku}^{\infty} ku \cdot r(f) \mathrm{d}f \tag{17}$$

上式对位移 u 求导, 得到密度函数 $r(f) = -\dfrac{1}{k^2} \dfrac{\partial^2 F(u)}{\partial u^2}\bigg|_{f=ku}$, 令 $\phi = \dfrac{f}{k}$、$\rho(\phi) = k^2 r(f)$, 得到仅含有密度函数 $\rho(\phi)$ 的 Iwan 模型数学表达式

$$F(u) = \int_0^{u} \phi \rho(\phi) \mathrm{d}\phi + u \int_u^{\infty} \rho(\phi) \mathrm{d}\phi \tag{18}$$

Iwan 模型在切向载荷作用下, 连接接触界面的运动可分为两个阶段.

(1) 微观滑移阶段: 当切向载荷较小, 部分 Jenkins 单元发生屈服, 接触界面局部发生滑移, 其余部分保持黏着状态.

(2) 宏观滑移阶段: 当切向载荷足够大, 全部 Jenkins 单元发生屈服, 接触界面整体发生滑移. 两种状态示意图如**图 12(b)** 所示 (Segalman 2001, Brake et al. 2014).

由式 (18) 可发现 Iwan 模型的核心是由屈服力分布函数 $r(f)$ 推导得到的密度函数 $\rho(\phi)$, Iwan

模型认为密度函数是均匀分布的, 如**图 13(a)** 所示. Segalman(2005) 利用实验观察到连接结构在循环载荷下每个周期的能量耗散与激励振幅之间的关系遵循幂律指数在 2 ~ 3 的趋势 (**图 7(c)** 对数坐标系下，每个周期的能量耗散与激励振幅呈线性关系, 其斜率等于幂律指数), 建立了四参数 Iwan 模型, 使用含截断幂律屈服力分布密度函数

$$\rho(\phi) = R\phi^{\chi}[H(\phi) - H(\phi - \phi_{\max})] + S\delta(\phi - \phi_{\max}) \tag{19}$$

式中, $H(\cdot)$、$\delta(\cdot)$ 分别为 Heaviside 和 Dirac 函数, $\phi_{\max}$ 为宏观滑移起始点, R 为描述屈服力分布的参数, S 为宏观滑移时刻接触界面切向刚度的变化量, χ 为描述幂律关系参数, 范围在 (−1,0) (Segalman et al. 2009b). **图 13(b)** 为这种屈服力分布的密度函数示意图. 虽然 χ 很容易通过实验进行测量, 但直接计算 (R, S, $\phi_{\max}$) 在理论和实践上都很困难. 因此, Segalman 等 (2009b) 根据参数关系公式重新制定了四参数 Iwan 模型参数

$$\left.\begin{aligned} &(R, S, \phi_{\max}, \chi) \to (F_s, K_T, \beta, \chi) \\ &F_s = \frac{R\phi_{\max}^{\chi+2}}{(\chi+2)} + S\phi_{\max},\ \beta = \frac{S}{\left(\frac{R\phi_{\max}^{\chi+1}}{(\chi+1)}\right)},\ K_T = \frac{F_s(1+\beta)}{\phi_{\max}\left(\beta + \left(\frac{\chi+1}{\chi+2}\right)\right)} \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

式中, F_S 为宏观滑移起始点的 Iwan 力, K_T 为微观滑移起始点的连接刚度, β 为影响初始加载曲线 (骨线) 的无量纲刚度. 四参数 Iwan 模型的参数识别方法参照**图 7(c)** 和**图 7(d)** (Segalman et al. 2009b, Brake et al. 2014).

由于四参数 Iwan 模型的物理解释相对简单, 且适用于多种物理场景, 所以该模型成为近 20 年来连接结构力学领域最流行的唯象学模型之一 (Segalman 2006b, Quinn 2012, Afzal et al. 2016, Wang D et al. 2018, Balaji & Brake 2019). 但是四参数 Iwan 模型的系统刚度在宏观滑移阶段为 0, 这与 Gaul 和 Lenz (1997) 在实验观察到连接界面在宏观滑移过程具有残余刚度相矛盾. Song Y 等 (2004) 在 Iwan 模型中并联一个刚度 $k_\alpha = \alpha k$ 的线性弹簧单元, 引入连接界面滑移后系统的残余刚度, 修正模型的滞回曲线形状与实验结果一致, 提出改进的 Iwan 模型, 如**图 14(a)** 和**图 14(b)** 所示, 改进 Iwan 模型表达式如式 (21) 所示. Li Y 和 Hao (2016) 考虑了连接结构宏观滑移状态下的残余刚度和微观滑移状态下的能量耗散幂律关系, 在四参数 Iwan 模型的基础上提出了六参数 Iwan 模型, 使用含截断幂律分布和双脉冲的非均匀密度函数, 如式 (22) 所示 (李一堃和郝志明 2018, 李一堃 等 2015). **图 13(c)** 为该模型密度函数示意图, **图 14(d)** 中对比了六参数 Iwan 模型和四参数 Iwan 模型的滞回曲线区别.

$$F(u) = \int_0^u \phi\rho(\phi)\mathrm{d}\phi + u\int_u^\infty \rho(\phi)\mathrm{d}\phi + \alpha k u \tag{21}$$

$$\rho(\phi) = \begin{cases} R\phi^{\chi}[H(\phi - \phi_{\min}) - H(\phi - \phi_{\max})] + S\delta(\phi - \phi_{\max}) + K_\infty\delta(\phi - \phi_\infty) & ,\phi > 0 \\ 0 & ,\phi = 0 \end{cases} \tag{22}$$

式中, α 为线弹簧刚度系数, $\phi_{\min}$ 为微观滑移起始点, K_∞为接触界面在宏观滑移阶段的残余切向刚度. 为使宏观滑移阶段的残余刚度恒为 K_∞, ϕ_∞被设为宏观滑移后无穷远处的一点.

随着连接结构的切向载荷逐渐增大, 会产生微观滑移和宏观滑移. 但随着进一步增大切向载荷, 连接结构中的螺栓杆会与通孔接触, 产生钉扎现象 (Brake 2017). 钉扎力发生在两个圆柱形

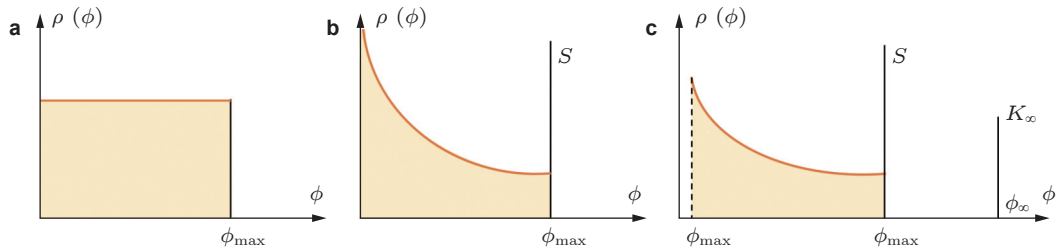


图 13

屈服力分布密度函数. (a) 均匀分布密度函数 (Iwan 1966, Iwan 1967), (b) 含截断幂律分布密度函数 (Segaleman 2005), (c) 含截断幂律分布和双脉冲的密度函数 (Li Y & Hao 2016)

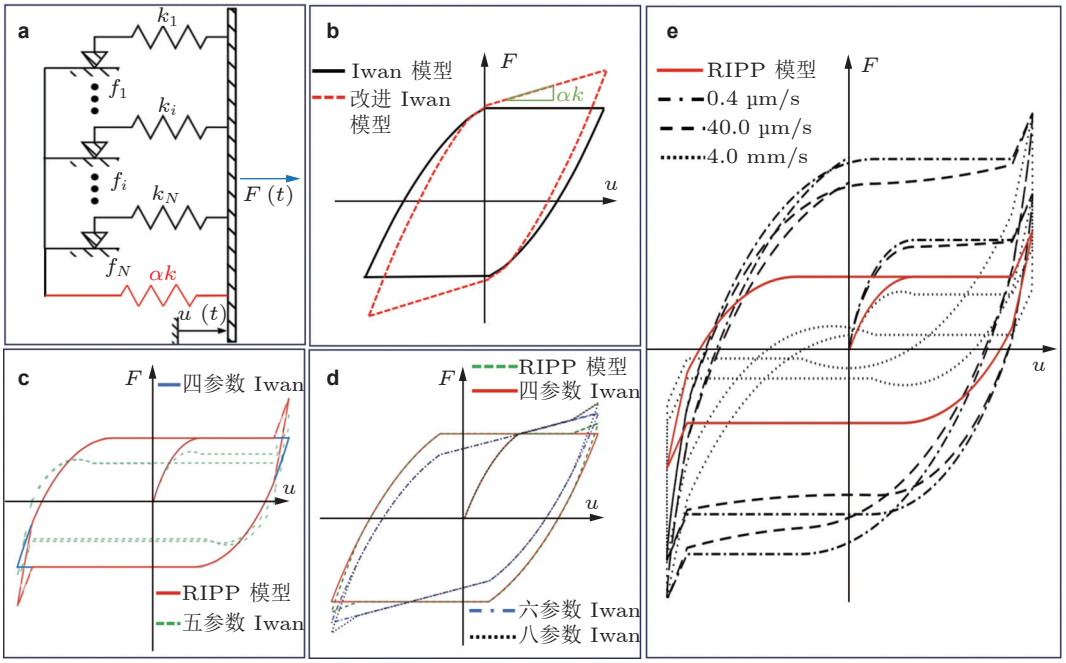


图 14

不同 Iwan 模型对比. (a) 改进 Iwan 模型示意图, (b) 改进 Iwan 模型滞回曲线 (Song Y et al. 2004), (c) 四参数 Iwan 模型、RIPP 模型以及五参数 Iwan 模型对比 (Brake 2017), (d) 六参数 Iwan 模型和八参数 Iwan 模型对比 (Ranjan & Pandey 2022), (e) 基于高阶摩擦的 Iwan 模型 (Brake 2017)

表面之间, 假设不发生塑性变形, 则可以使用两个圆柱弹性体 Herz 接触公式 (Johnson 1987) 进行建模. Brake(2017) 考虑了连接结构中的钉扎现象, 提出了 RIPP (reduced iwan plus pinning) 模型, 如式 (23) 所示. Ranjan 和 Pandey (2022) 将 RIPP 模型引入到了六参数 Iwan 模型中, 提出了八参数 Iwan 模型. **图 14(c)** 和**图 14(d)** 分别对比了 RIPP 模型及八参数 Iwan 模型与四参数 Iwan 模型的滞回曲线区别.

上述建模思想都假设了 Iwan 模型中 Jenkins 单元在滑动过程中的摩擦力满足库伦摩擦, 即

静摩擦力与动摩擦力相等. 然而实际上, Jenkins 单元在黏着和滑移状态下的摩擦力是变化的. Wang X 和 Mignolet (2014) 将动态与静态摩擦力的比值定义为 θ, 在四参数 Iwan 模型的基础上建立了五参数 Iwan 模型, 如式 (24) 所示; 第五个参数为模型引入了相当大的灵活性, 以匹配测量过程中连接结构其它特性 (Dossogne et al. 2017a). **图 14(c)** 对比了五参数 Iwan 模型和四参数 Iwan 模型的滞回曲线区别. 但是, 前文介绍的 Stribeck 摩擦模型已经指出了动摩擦力会受到滑移速度的影响 (Stribeck 1902). 因此, Brake (2017) 基于 Stribeck 摩擦模型提出了高阶摩擦的 Iwan 模型, 考虑了滑移速度对连接结构滞回曲线的影响

$$F(u)=\int_0^u \phi\rho(\phi)\mathrm{d}\phi+u\int_u^\infty \rho(\phi)\mathrm{d}\phi+F_{\mathrm{PIN}} \tag{23}$$

$$F(u)=\theta\int_0^u \phi\rho(\phi)\mathrm{d}\phi+u\int_u^\infty \rho(\phi)\mathrm{d}\phi \tag{24}$$

$$F(u)=\theta\int_0^u \phi\cdot\rho(\phi)\mathrm{d}\phi+u\int_u^\infty \rho(\phi)\mathrm{d}\phi+T(v)\int_0^u \rho(\phi)\mathrm{d}\phi \tag{25}$$

式中, 钉扎力 $F_{\mathrm{PIN}}=\dfrac{\pi}{4}E^*Ld$, 等效模量 $E^*=\left(\dfrac{1-\upsilon_1^2}{E_1}+\dfrac{1-\upsilon_2^2}{E_2}\right)^{-1}$, υ_j、E_j 分别是螺栓杆和通孔材料的泊松比与弹性模量 (j=1,2), L 为通孔的长度, d 为位移 u 与通孔半径的差值. $\theta={f_c}\big/{f_s}<1$, $T(v)=\dfrac{1}{k}\left[\left(f_s(1-\theta)e^{-(v/v_s)^\delta}\right)\mathrm{sgn}(v)+f_v v\right]$; 其中, 其中 f_v 为粘性阻尼项, f_c 为动摩擦力, f_s 为最大静摩擦力 (数值上与四参数 Iwan 模型中宏观滑移力 F_S 一致). **图 14(e)** 对比了 RIPP 模型与基于高阶摩擦的 Iwan 模型在不同滑移速度下的滞回曲线区别.

必须指出的是, 在推导各种 Iwan 模型时, 核心步骤是确定 Jenkins 单元的屈服力分布. 该分布表示在一定切向载荷下, Jenkins 单元滑动的数量. 在连续形式的 Iwan 模型中, 该分布由概率密度函数描述, 但是概率密度函数的选择并非易事 (Chen J et al. 2019). 上述 Iwan 模型的密度函数被人为的定义为均匀分布或截断幂律分布, 而忽略了与连接界面相关的物理特性 (Yang H et al. 2023). 因此, 在最近几年对连接结构力学建模中, 人们开始重视 Iwan 模型中屈服力分布密度函数的根本原因及物理意义, 提出了唯象学本构摩擦模型 (Chen J et al. 2019; Li D et al. 2019a, 2019b, 2020a, 2020b, 2022; Li C et al. 2021a, 2021b; Zhao B et al. 2021; Wemming et al. 2023; Yang H et al. 2023).

3.3 唯象学本构摩擦模型

唯象学本构摩擦模型是结合连接界面的微观接触机理与经典唯象 Iwan 模型, 推导得到连接结构宏观力学模型的方法. 众所周知, 唯象 Iwan 模型能够较为精确预测连接结构力学特性, 相比于本构物理建模方法降低了复杂性. Iwan 模型的核心是 Jenkins 单元屈服力分布的概率密度函数 $r(f)$, 但人为假设导致缺乏物理意义和推广价值. Li D 等 (2020a) 指出 Iwan 模型密度函数的物理意义本质上与连接界面微观接触机理和接触压力分布有关, 学者们近几年对如何建立具有物理意义的连接结构摩擦模型进行了广泛的研究讨论.

Chen J 等 (2019) 考虑连接结构表面形貌的微观接触机理进行建模. 基于连接结构微观接触

理论和库伦摩擦定律, 将承受法向载荷下接触表面的切向接触载荷简化为串并联 Iwan 模型中的 Jenkins 单元. 根据粗糙表面上微凸体法向变形量 ω, 判定每个微凸体的切向载荷与 Jenkins 单元临界滑移力 f 的大小关系, 将接触面切向接触载荷划分为黏着和滑移的 Jenkins 单元, 再对 Iwan 模型全部 Jenkins 单元力进行统计求和, 扩展到整个连接界面, 如**图 15(a)** 所示. 基于粗糙表面接触统计求和得到总法向接触载荷, 然后利用库伦摩擦定律求出总切向载荷; 将根据统计求和的切向载荷和 Iwan 系统的切向力比较, 即可推导出具有物理意义的屈服力分布密度函数. 该密度函数取决于法向载荷、表面形貌以及材料特性. 根据切向载荷大小, 连接结构接触状态分为黏着、黏滑、滑移以及往复运动, 各接触状态滞回曲线如**图 15(b)** 所示. 该建模方法可建立一个具有明确物理意义的连续函数来描述连接接触表面上的屈服力分布.

Li D 等 (2020a) 考虑连接界面的接触压力分布进行建模, 创建了接触压力到 Iwan 模型密度函数的映射关系. 主要包括 5 个步骤: ①假设连接结构在空间坐标系下接触压力分布形式; ②根据库伦摩擦定律, 得到整个接触区域发生滑移时切向滑移力分布; ③对具有相同切向滑移力的接触段按降序统计排序; ④根据统计后切向力分布与 Jenkins 单元屈服力分布密度函数的关系, 推导概率密度函数表达式; ⑤将具有物理意义的密度函数代入到 Iwan 模型中, 得到连接结构切向力与位移的关系; 如**图 16(a)** 所示. **图 16(b)** 和**图 16(c)** 基于 Herz 接触压力分布假设, 得到 Iwan 模型屈服力分布密度函数, 再将所提模型用于球-球接触以及平面-平面接触, 验证所提建模方法的有效性. **图 16(d)** 为均匀、线性以及 Herz 接触压力分布推导得到的屈服力密度函数图形. 之后, Li D 等 (2020b) 将基于连接界面接触压力分布推导 Iwan 模型密度函数的思想推广到螺栓连接结构中; Li C 等 (2021a, 2021b) 也使用类似的方法提出了改进的微观滑移接触模型, 建立考虑连接界面微观滑移和法向非线性约束的通用模型; 相似的工作还有很多 (Li D et al. 2019a, 2019b, 2022; Zhao B et al. 2021; Wemming et al. 2023).

Yang H 等 (2023) 将连接结构粗糙表面的真实接触压力分布整合到 Iwan 模型中, 提出一种基于真实粗糙表面的新型摩擦建模方法. 主要包括 3 个步骤: ①基于三维 WM 分形理论生成的粗糙表面高度坐标创建粗糙接触模型; ②提取粗糙表面上接触节点的压力和面积进行统计分析, 利用双重 Weibull 混合模型拟合统计数据, 并用遗传算法求解双重 Weibull 混合模型的参数; ③将粗糙表面接触压力统计分布整合到 Iwan 模型中, 推导连接结构的切向力与位移的明确关系, 如**图 17(a)** 所示. **图 17(b)** 和**图 17(c)** 将所提模型应用到平面-平面以及螺栓连接接触中, 验证了所提建模方法的有效性. 该建模方法考虑更真实的粗糙表面接触, 能够从物理上获得 Iwan 模型的临界滑移力密度函数, 使 Iwan 模型更加准确有意义.

从上述 3 个角度都可以建立描述连接界面非线性行为的力学模型, 其中基于连接界面微观接触机理和摩擦行为的本构模型具有明确的物理意义, 利于从微观角度解释连接界面非线性刚度和阻尼能量耗散的特性; 其次, 基于实验观察的连接结构宏观力学唯象模型具有精确的预测能力, 通过相对简单的建模步骤表征连接界面上的黏滑摩擦行为和力-位移整体关系; 相比之下, 最近几年提出的唯象学本构摩擦模型结合了前者的优势, 拥有明确物理意义、精确预测能力以及较高的推广价值, 是未来连接结构力学建模的方向.

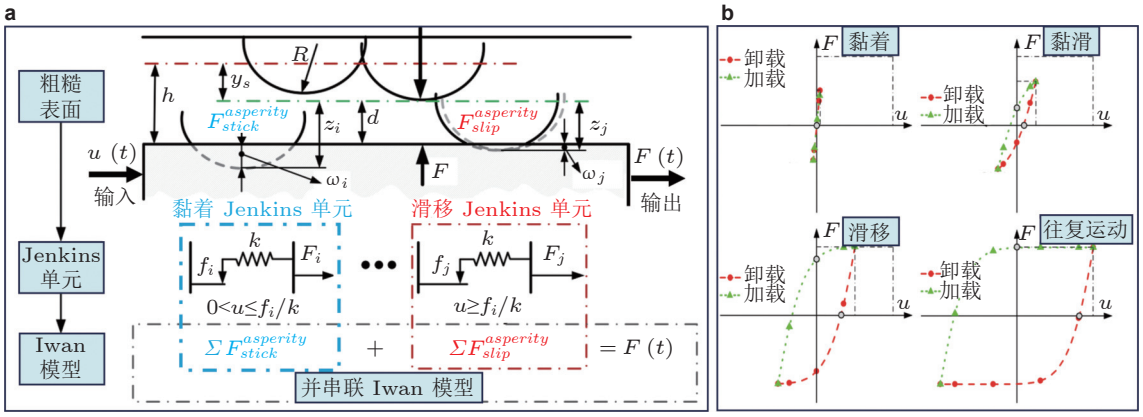


图 15

考虑表面形貌的微观接触建模 (Chen J et al. 2019). (a) 建模流程及 Jenkins 单元接触受力示意图, (b) 连接结构 4 类接触状态

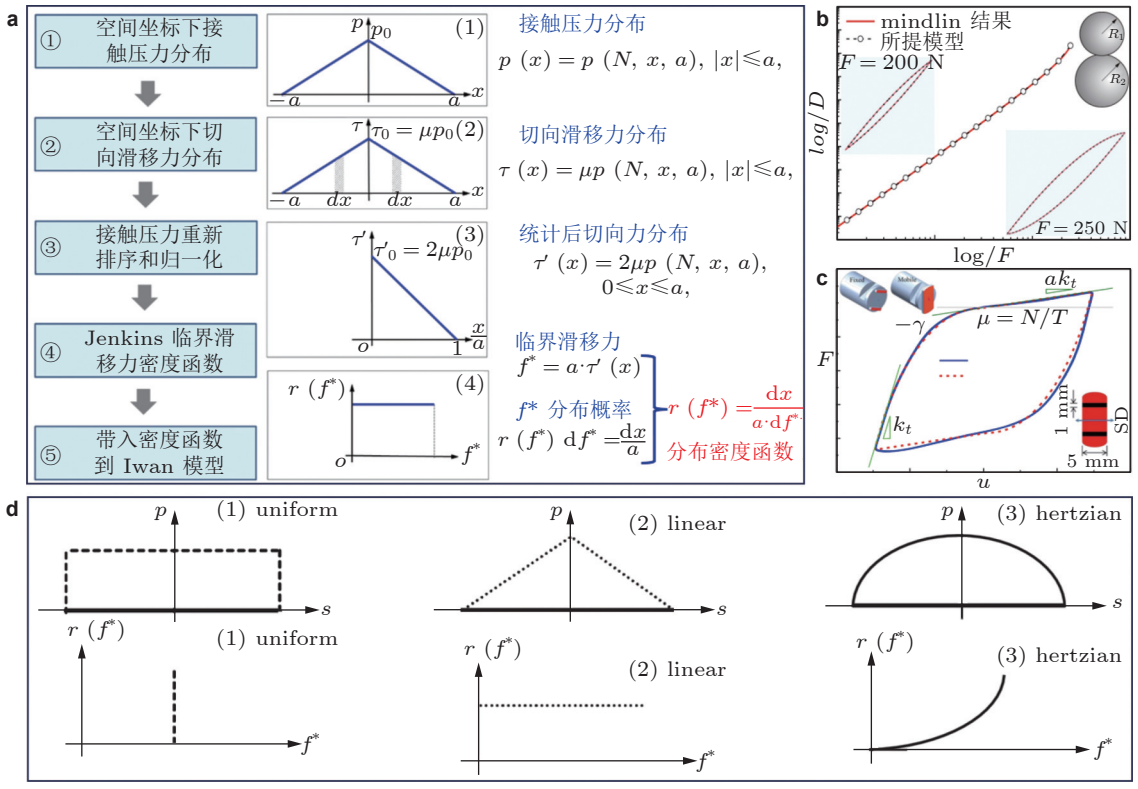


图 16

考虑连接界面的接触压力分布建模 (Li D et al. 2020a). (a) 建模方法流程图, (b) 球-球接触结果, (c) 平面-平面接触结果, (d) 3 类接触压力分布及相应密度函数 (Li D et al. 2020b)

4　连接结构有限元仿真建模

由于连接结构界面摩擦力学理论建模过程存在理想假设, 可能导致结果与实际现象存在偏差. 最近, 随着数值技术的不断发展, 有限元法 (FEM) 在螺栓分析中被广泛使用, 并已被证明对

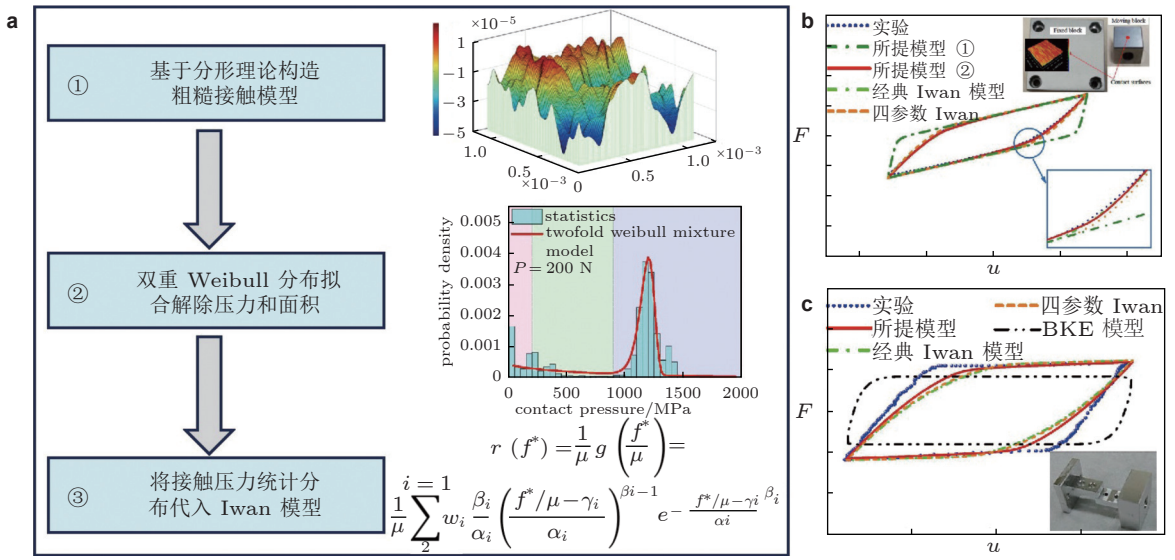


图 17

考虑粗糙表面接触压力分布的统计建模 (Yang H et al. 2023). (a) 建模方法流程图, (b) 平面-平面接触, (c) 螺栓连接接触

理解实验中观察到的现象非常有帮助 (Wang S et al. 2022), 进而反向分析连接结构的内在机理. 目前, 关于连接结构有限元建模方法主要分为两类: 直接有限元建模以及间接等效有限元建模.

4.1 直接有限元建模方法

直接有限元建模是指在商用软件中直接建立连接结构有限元模型的方法, 主要包括全固连建模方法、节点约束方法和用杆单元、弹簧单元和梁单元等模拟连接结构形式 (Semke et al. 2006, 张根辈 等 2014, Ho-Nguyen-Tan & Kim 2020). McCarthy 等 (2005) 使用三维实体连接有限元模型探究了螺栓孔间隙对关节力学性能的影响; 贺李平和任雪梅 (2020) 忽略螺栓头和螺母, 采用梁单元模拟螺柱, 并用预紧力单元施加预紧力; Kim 等 (2007) 提出螺栓连接结构的四种有限元建模技术, 分别为实体螺栓模型、耦合螺栓模型、蛛网状螺栓模型和无螺栓模型, 这四种模型都考虑了预紧效应和连接法兰之间的接触行为. Tanlak 等 (2011) 通过实体单元、壳单元、梁单元以及耦合单元建立多种连接结构简化模型, 并与精细的实体螺栓模型对比, 以选择最具代表性和成本效益的简化模型, 如**图 18** 所示. Omar 等 (2018) 也同样建立几种简化有限元模型, 与实验模型的模态分析结果进行对比, 确定简化有限元模型的精度以及效率.

虽然实体螺栓有限元建模与实验相比可保证较高的精度, 但正是由于连接结构是各类机械装备中必不可少的零件, 螺栓连接的数量将是庞大的, 所需的计算成本也将是超乎预计的, 所以众多学者才通过各类单元对实体螺栓有限元模型进行不同程度上的简化, 但简化过程必然导致精度的降低, 故精度和计算效率之间是矛盾的. 此外, 虽然直接有限元建模方法可直观表征连接结构, 但无法准确地描述结构连接部位的刚度和阻尼特性; 而间接等效有限元建模可以从连接结构粗糙界面的接触特性进行建模, 具有更强的理论性和物理意义.

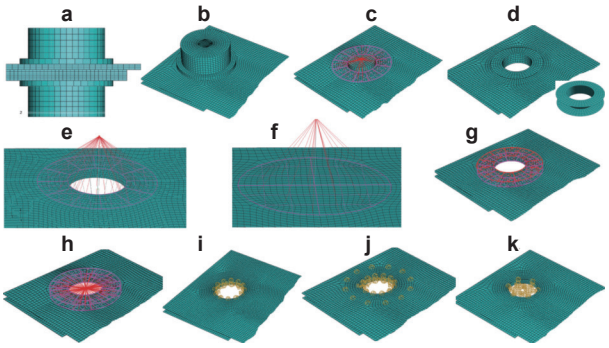


图 18

有限元直接建模方法 (Tanlak et al. 2011). (a) 实体连接螺栓模型, (b) 壳连接实体螺栓模型, (c) 耦合螺栓模型, (d) 壳连接螺栓模型, (e) Timoshenko 梁耦合螺栓模型, (f) Timoshenko 梁无孔耦合螺栓模型, (g) 孔绑定模型, (h) 交叉耦合约束模型, (i) 孔周围梁连接模型, (j) 垫片周围梁连接模型, (k) 交叉梁连接模型

4.2 间接等效有限元建模方法

间接等效有限元建模是指基于连接结构粗糙表面的接触机理联合商用有限元软件建立有限元模型的方法. Bograd 等 (2011) 综述了 3 种建立连接结构动力学模型的方法, 分别为: 使用 Jenkins 摩擦单元的节点-节点接触 (**图 19(a)**)、具有滞后阻尼和线性刚度的薄层单元 (**图 19(b)**)、具有非线性法向和切向刚度的零厚度单元 (**图 19(c)**). 节点-节点接触可实现各种不同类型的摩擦和接触, 模拟几何结构线性及非线性效应 (Lacayo et al. 2019, Gaul & Becker 2010, Becker 2009). 薄层单元能够很容易的与商业有限元软件集成 (如 Abaqus), 通过实验确定的连接参数可预测结构阻尼和特征频率, 并有着应用于大型结构数百万个自由度的优势 (Chu et al. 2016, Zhang Z et al. 2019, Süß & Willner 2015, Mayer & Gaul 2007, 姚星宇和王建军 2017). 零厚度单元使用非线性法向和切向刚度描述连接结构的动力学特性, 基于 Hertz 和 Mindlin 的接触理论建立法向和切向接触模型, 考虑微观滑移效应以及切向接触行为与法向压力的关系 (Balaji et al. 2020, Wriggers et al. 2013). 由于 Iwan 模型能够较好的描述连接结构界面力学行为, 如果通过有限元法实现 Iwan 模型的建立, 在分析不同结构时将具有极大的灵活性. 然而, 由于 Iwan 模型缺乏通用性, 要分析复杂结构并建立合适的 Iwan 模型非常困难 (Ge et al. 2022, Lacayo et al. 2017). 并且商用有限元分析软件不提供 Iwan 模型的元素或属性, 因此, 近几年有学者采用了一些其它方法实现 Iwan 模型. Li Y 等 (2016, 2017) 根据 Iwan 模型的刚度函数, 从刚度和位移的角度提出了 4 种离散化方法, 将连接模型离散化为一组 Jenkins 单元的有限和, 再通过有限元商用软件 ANSYS 中提供的 Combin40、Combin14 及 Mass21 单元建立等效的 Jenkins 单元, 如**图 19(d)** 所示. Jiang 等 (2023) 考虑到原始 Iwan 模型在处理多个螺栓连接的复杂结构时受到局限性, 提出一种具有 Iwan 模型的力-位移特性的材料, 应用于螺栓连接区域, 将螺栓连接的非线性转化为材料的非线性, 并通过 Abaqus 的 UMAT 子程序实现. 如**图 19(e)** 所示. 此外, 其它学者也采用一些方法实现 Iwan 模型, Moore 等 (2017) 和 Gross 等 (2016) 在有限元分析时使用 Matlab 计算了

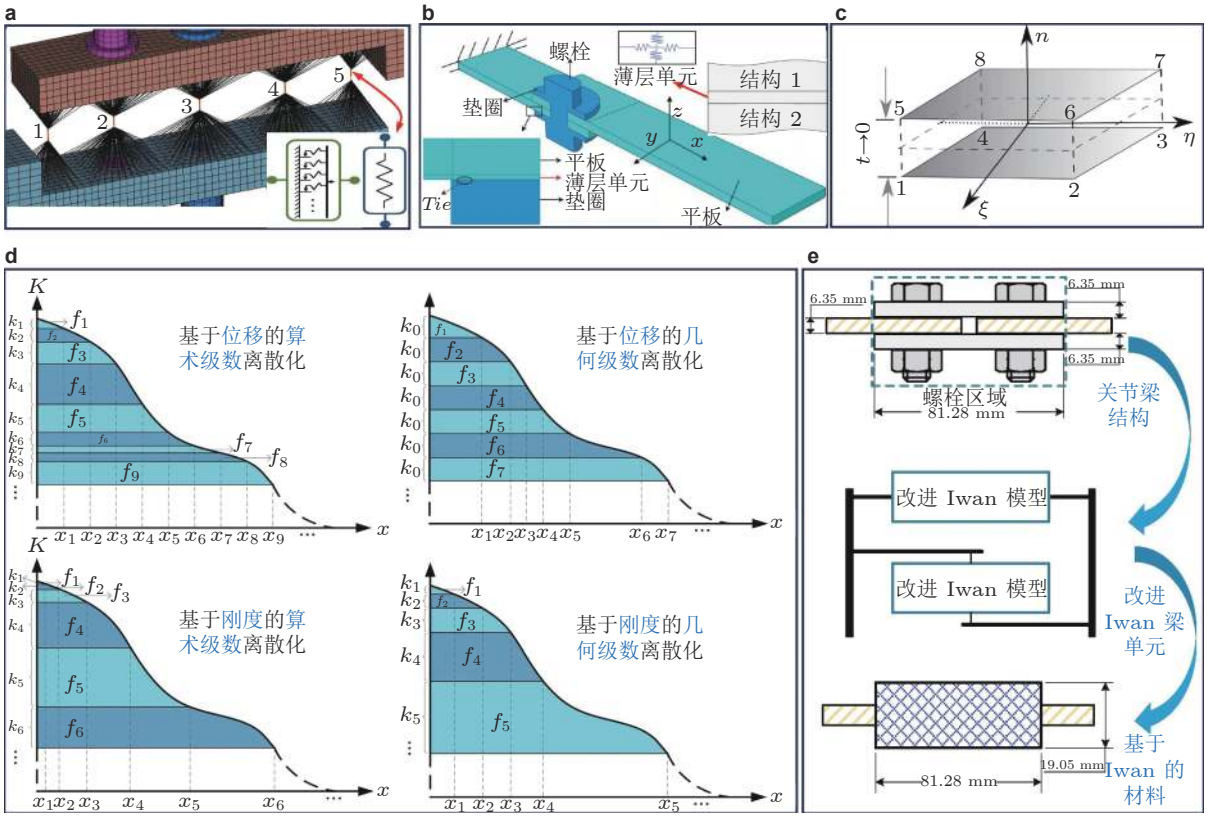


图 19

有限元间接等效建模. (a) 节点到节点接触 (Lacayo et al. 2019), (b) 薄层单元 (Zhang Z et al. 2019), (c) 零厚度单元 (Balaji et al. 2020), (d)Jenkins 单元离散 (Li Y & Hao 2016, Li Y et al. 2017), (e) 基于 Iwan 材料 (Jiang et al. 2023)

Iwan 模型; Gray 和 McCarthy(2010) 提出一种全局螺栓连接模型 (GBJM), 并用 Abaqus 有限元模拟多螺栓复合材料连接中载荷分布问题; Shiryayev 等 (2007) 使用 Matlab 和 Abaqus 计算连接结构节点内力.

结合商用有限元软件的连接结构有限元建模方法可直观观察连接行为, 探明连接结构微观接触和摩擦的内在机理, 降低建模过程的难度并提供较大的灵活性. 其中直接有限元建模方法可保证较高的计算精度, 直观表征整体连接结构; 间接等效有限元建模在商用有限元软件中模拟连接粗糙界面的微观接触机理, 具有更强的理论性和物理意义.

5 连接结构实验系统

上述提到的连接结构力学响应分析的理论解析方法和有限元仿真方法都有不同程度的缺陷. 解析方法基于经验或假设简化连接结构, 由于省略较多微观因素, 难以避免误差, 需基于实验标定系数进行校核; 仿真方法考虑了更多非线性因素而精度较高, 但所需计算资源多, 在结构优化循环中参数更新将引入新的计算量, 难以直接应用在网格节点多、分析效率低的精细有限元模型力学分析中. 由于解析方法的精度问题以及仿真迭代的计算资源问题, 实验方法成为连接结构

力学分析的重要手段 (Esmaeili et al. 2014). 将连接结构的各种实验划分为两类: 典型摩擦连接实验基准系统以及连接结构各向激励实验.

5.1 典型摩擦连接实验基准系统

在对连接结构摩擦耗能的测量和预测中, 为获得准确的连接结构非线性刚度和阻尼, 需建立一套连接结构实验基准系统, 这同样是为了确保实验所观察到的可变性是由被测系统的固有特性引起的, 而非实验的误差以及不确定性导致的 (曹军义 等 2021, Brake et al. 2019). 实验基准系统需要表现出非线性特性, 能够由多个机构进行研究且足够简单, 以实现多种环境下可验证性以及数值建模可操作性 (Brake 2018).

大质量装置 (BMD) 实验是将连接结构与悬挂的大质量 (约 93 kg) 连接, 形成一个单自由度系统, 此时连接结构本质上代表了单自由度系统中非线性弹簧 (Gregory et al. 2003, Resor & Starr 2007), 如**图 20(a)** 所示. BMD 实验能够研究连接结构的非线性阻尼特性, 利用等效黏性阻尼表示连接界面接触摩擦引起的结构阻尼, 计算连接结构的能量耗散, 并已被证明是研究简单连接结构微观滑移的一种非常有效的方法. Segalman 等 (2009b) 对 BMD 装置进行了广泛的研究, 探究了平搭接、阶梯搭接、弯曲搭接以及斜搭接等连接形式下非线性刚度和能量耗散幂律关系. Li Y 等 (2021) 设计了一种稳定性和精度更好的改进 BMD 装置, 探究不同接触粗糙度以及连接形式下阻尼耗能的影响.

Brake-Reuβ 实验是由两根相同梁用 3 个螺栓连接形成的平搭接结构, 激振器和传感器分别位于连接位置的两侧, 如**图 20(b)** 所示. Brake-Reuβ 梁包括 3 个独立的系统, 用于确定平搭接对系统动态性能的影响. Brake 等 (2014) 基于 Brake-Reuβ 梁研究了不同激励和边界条件下的频响曲线, 并测量了不同粗糙度、排列方式以及预紧力下的界面特性, 将结果与频响函数所观察到的特性 (刚度和阻尼的非线性) 进行关联. 由于 Brake-Reuβ 梁结构简单, 易于制造, 因此被该领域的其他研究人员广泛使用. 相关的学者利用 Brake-Reuβ 梁描述连接界面的参数统计分布特征 (Bonney et al. 2016)、开发连接系统的高保真和低阶模型 (Gross et al. 2016)、研究不同类型应力波的传递形式 (Flicek et al. 2016)、测量连接界面几何变化的影响 (Dossogne et al. 2017b) 以及评估远场结构对测量连接特性的影响 (Cooper et al. 2017) 等等.

四螺栓连接方形板实验是由两块方形板通过 4 个螺栓连接而成, 相比于同尺寸下的整体结构, 拥有更好的阻尼效果; 而且相比于 Brake-Reuβ 梁, 该结构将接触面积缩小到方板之间的垫圈面积 (若无垫圈会产生额外非线性), 如**图 20(c)** 所示. Segalman 等 (2015) 探究了四螺栓连接方形板系统阻尼耗能与模态位移的幂律关系, 激励速度和位置会导致所预测的能量耗散偏离准确值, 这对连接结构的局部力学建模具有重要意义.

双 Sumali 梁连接实验不同于 Brake-Reuβ 梁中螺栓数量和接触面积是有限的, 而是由两根相同梁直接通过多个螺栓连接而成, 再利用多普勒测振仪捕捉 Sumali 梁上的动态响应, 如**图 20(d)** 所示. Deaner 等 (2015) 基于双 Sumali 梁连接实验观察到在低幅激励时结构的阻尼主要由材料阻尼或其它近似线性的效应所主导, 每一个模态都可通过具有非线性机械关节 (四参数模态 Iwan 模型中并联一个额外的线弹簧和黏性阻尼器) 的单自由度系统很好的近似. 实验和有限

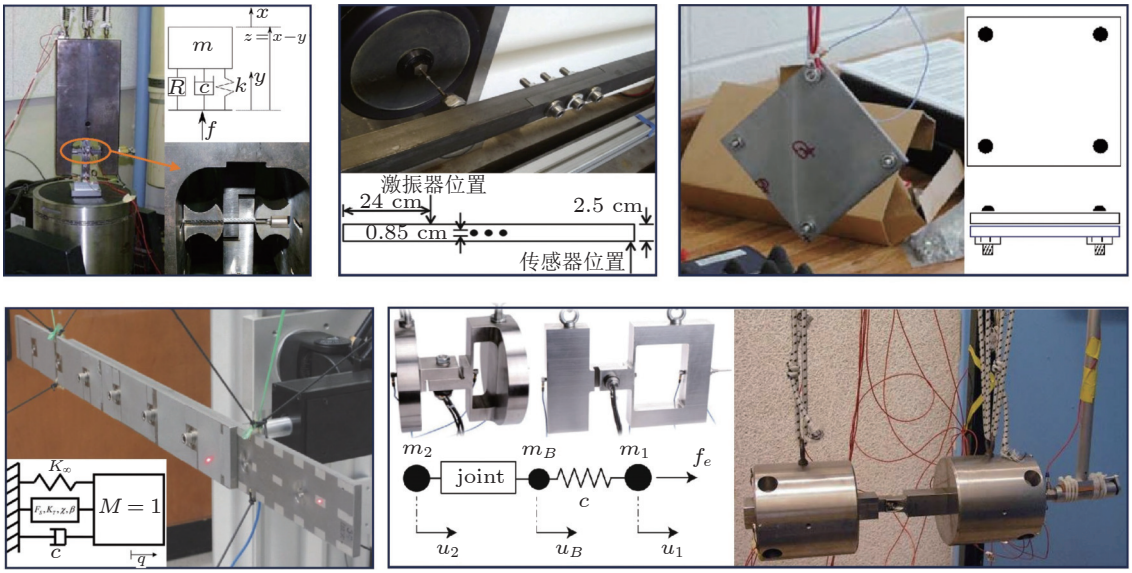


图 20

典型摩擦连接实验基准系统. (a) BMD (Segalman et al. 2009b), (b) Brake-Reuβ 梁 (Brake et al. 2014), (c) 四螺栓连接方形板 (Segalman et al. 2015), (d) 双 Sumali 梁连接 (Deaner et al. 2015), (e) Gaul 谐振器和双质量哑铃装置 (Gaul et al. 1994, Gaul & Lenz 1997, Segalman et al. 2009b)

元结果都表明, 双 Sumali 梁连接实验在一定激励幅值范围内能够准确捕捉连接结构的非线性刚度和阻尼特性.

Gaul 谐振器是采用单螺栓搭接两个整体结构, 考虑到这种连接会导致轴向共振频率较高, 所以其中一个整体结构被设计为低刚度单元, 允许结构向连接界面传递较高的动态负载, 测量螺栓连接的响应函数和阻尼特性. 扁平的谐振器是在圆形结构上改进的, 这有利于安装传感器以及测量微观表面 (Gaul et al. 1994, Gaul & Lenz 1997). 双质量哑铃装置通常被设计为大型结构 (约 13 kg), 以实现结构的固有频率相对较低的效果, 如**图 20(e)** 所示. Süß和 Willner(2015) 将 Gaul 谐振器简化为一个 3 自由度系统, 利用多次谐波平衡法近似计算连接结构在宽频域内的动态行为; 同时建立了 Gaul 谐振器的有限元模型, 连接界面使用零厚度单元, 使模型更具有一般性. Segalman 等 (2009b) 建立了双质量哑铃装置的两自由度系统解析式, 并探究了不同连接形式的结构瞬态响应衰减率与阻尼的关系, 发现非线性连接界面中的衰减速率、阻尼以及每周期的能量耗散都随时间变化而变化.

5.2 连接结构各向激励实验

针对常用的螺栓连接结构形式, 研究学者搭建了连接结构各向激励的实验平台, 用于研究连接结构的力学特性与响应规律, 并对解析和有限元建模结果进行可行性验证. 连接结构实验性能的影响因素可归纳为以下 5 类: 连接结构几何形状因素、材料参数、紧固件参数、载荷因素和环境因素 (Karakuzu et al. 2008). 由于连接本身的参数具有多样性, 在不同使用场合及要求下, 螺栓连接结构形式不同, 参数的选取方式表现出形式多样的特点, 使得螺栓连接的动态特性研究、

连接结构强度研究等更为困难. 目前, 连接界面非线性力学行为的研究多基于间接实验, 即在无法直接测量连接界面力学的前提下, 通过测量含界面连接结构的整体行为来表征连接界面.

螺栓连接剪切激励实验平台可用于测量连接微动摩擦滞后行为, 辨识所建立的唯象力学模型参数; 可用切向摩擦力与相对位移的函数关系 (滞回曲线) 表征连接结构的非线性动态行为和能量耗散. 一般在微动摩擦实验中需要测量 3 个变量, 即切向摩擦力、接触面之间的切向相对位移和法向预紧力, 接触刚度 (黏着阶段滞回曲线斜率) 和摩擦系数 (宏观滑移起始点切向力与法向预紧力的比值) 都可通过所测变量转换. Segalman 等 (2009b) 搭建了如**图 21(a)** 所示的准静态剪切激励实验平台, 使用可降低噪声影响的线性电压位移传感器 (LVDT) 测量接触面的切向相对位移, 讨论了螺栓预紧力和搭接形式对连接滞回曲线力学响应的影响. Eriten 等 (2011c, 2011d, 2012) 提出了改进的螺栓剪切激励实验平台, 使用压电制动器 (PZT) 施加高可靠性激励运动, 三轴力传感器测量切向力和可能的错位力, 高精度激光纳米传感器 (LNS) 测量连接结构之间的相对运动, 如**图 21(b)** 所示, 分析了连接界面粗糙度、润滑以及连接材料钢或铝对微动摩擦滞回曲线非线性刚度和阻尼的影响. Li D 等 (2020c) 通过独特的棱镜排列方式, 使用激光测量连接界面微动摩擦相对运动, 获得更加精确可靠的连接微动摩擦滞后行为实验数据, 如**图 21(c)** 所示.

设备使役环境决定螺栓激励载荷类型. 除了横向剪切激励, 螺栓连接还存在轴向拉伸激励、扭转激励以及撬动激励类型, 也就衍生出轴向拉伸激励实验平台、扭转激励实验平台以及撬动激励实验平台. Li H 等 (2022) 基于岛津疲劳试验机开展轴向拉伸激励下螺栓连接的疲劳性能研究, 其中轴向交变载荷力或位移由试验机内置传感器记录, 试验装置和夹具如**图 21(d)** 所示. 该实验发现轴向交变载荷下螺栓轴向力可分为 3 个阶段: 由于材料塑性变形的轴向力迅速下降阶段、接触界面摩擦磨损导致轴向力缓慢下降阶段、螺栓根部疲劳裂纹产生和扩展时轴向力迅速下降阶段. 此外, 轴向拉伸激励螺栓磨损机制主要为疲劳磨损、氧化磨损和磨粒磨损. Liu J 等 (2019) 基于瑞士 Walter + Bai 疲劳试验机展开扭转激励下螺栓连接动态行为研究, 同样使用内置传感器测量载荷, 为避免夹具表面损伤在夹具之间放置一个薄铜垫圈, 并使用与夹具固定的方螺母, 如**图 21(e)** 所示; 该试验发现扭转激励下角振幅是影响滞回曲线形状的主要因素, 小角振幅下产生的扭矩和所施加扭转角的滞回曲线呈平行四边形, 高角振幅下螺栓相对滑动使滞回曲线转变为平行六边形, 且角振幅增大会使螺栓自松行为越明显. Chen H 等 (2023) 和 Liu L 等 (2023b) 基于承载能力为 4000 kN 的液压机进行圆弧 T 形连接件中螺栓的撬动激励力学行为研究, 通过试件上下两个 LVDT 的差值测量垂直位移, 应变片监测试件微小变形, 如**图 21(f)** 所示; 该试验发现撬动载荷会导致试件弯曲变形, 增大螺栓轴向力; 同时探究螺栓直径、螺栓布局以及其它参数对连接件力学性能的影响, 提出预测不同失效模式下连接的初始强度、屈服强度和极限强度的设计方法.

连接结构的实验是验证理论解析和有限元方法的重要手段, 并且可有效避免解析法精度不足和有限元法计算效率问题. 其中结构简单且可验证的实验基准系统能够确保实验的可变性是连接系统的固有特性, 准确获得连接结构的非线性刚度和阻尼特性; 各向激励实验平台可完成连接螺栓各种激励载荷类型, 探究连接结构的力学特性与响应规律.

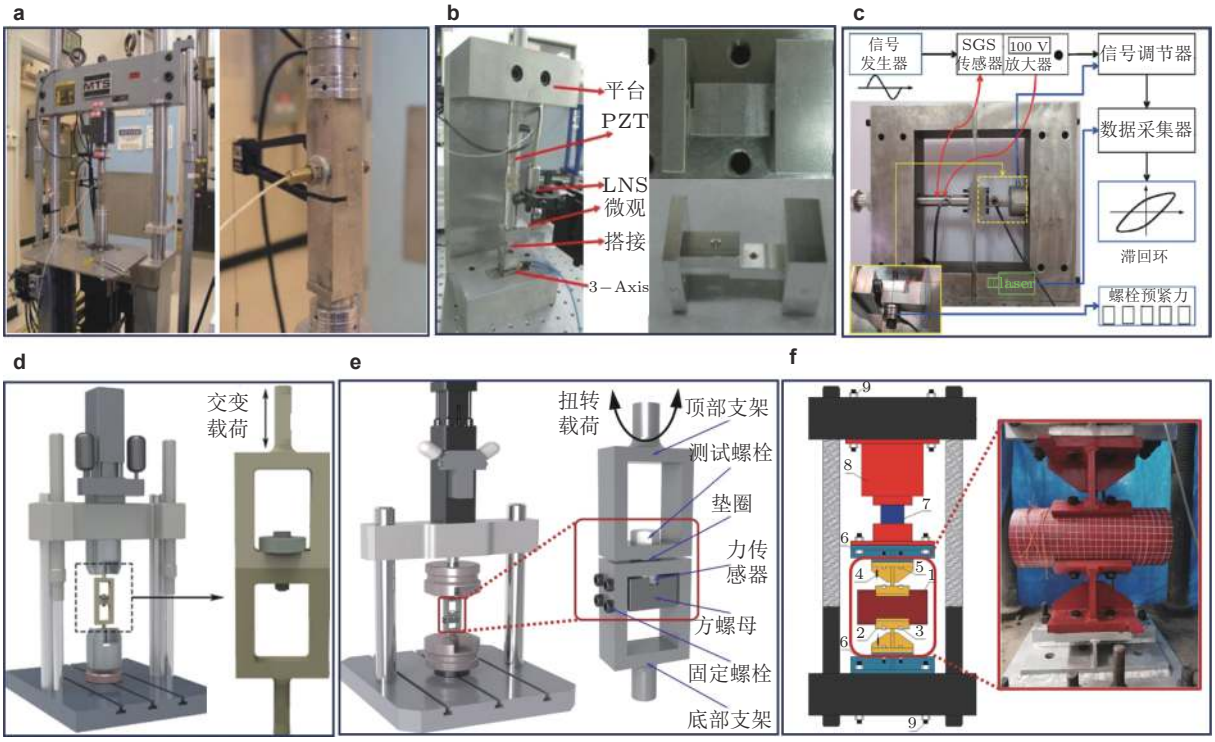


图 21

连接结构各向激励实验台 (a) 横向剪切激励 1(Segalman et al. 2009b), (b) 横向剪切激励 2 (Eriten et al. 2011c, Eriten et al. 2011d, Eriten et al. 2012), (c) 横向剪切激励 3 (Li D et al. 2020c), (d) 轴向拉伸激励 (Li H et al. 2022), (e) 扭转激励 (Liu J et al. 2019)(f) 撬动激励 (Liu L et al. 2023b, Chen H et al. 2023).

6 总结与展望

6.1 总 结

本文系统回顾总结了连接结构界面摩擦力学领域的国内外发展和最新研究进展, 根据连接使役环境需求及工程存在问题, 引出螺栓连接结构的重要性以及载荷类型. 从典型摩擦连接结构的非线性刚度软化、非线性能量耗散和强度失效的动态特征预测精度较低出发, 综述了连接结构界面摩擦力学在解析建模、有限元建模以及实验方面目前所取得的主要成就. 关于连接结构解析建模如今主要存在从微/纳尺度分析连接界面多尺度物理行为和规律的本构模型 (统计/分形)、采用系统辨识理论和方法得到宏观力学响应的唯象模型 (静态/动态/滞回)、结合本构微观接触机理和系统辨识宏观角度的唯象学本构摩擦模型. 其中本构模型受制于摩擦机理认识不充分和普适性一般, 唯象模型中静态无微观、动态形式复杂、滞回密度函数缺物理意义, 相比之下, 最近几年提出的唯象学本构摩擦模型具有明确物理意义和较高推广价值. 使用商用软件进行连接结构有限元建模, 对理解连接结构微观接触和摩擦机理有较大帮助; 直接建模方法是利用软件中实体单元、杆单元、弹簧单元以及梁单元等模拟连接结构形式, 可直观表征连接结构, 但无

法准确描述连接结构刚度和阻尼特性, 而间接等效有限元建模利用节点-节点接触/薄层单元/零厚度单元可从连接粗糙表面接触特性出发, 具有更强的理论性和物理意义. 实验方法是真实反映连接结构力学特性的重要手段; 为准确获得连接结构非线性刚度和阻尼、确保实验观察到的可变性是被测系统的固有特性, 建立 5 种主要的典型摩擦连接实验基准系统 (结构简单、可验证、可操作), 同时, 根据连接使役环境需求设计螺栓连接各向激励实验平台, 其中使用激光棱镜测量相对位移的方式获得连接微动摩擦滞后行为更加精确可靠.

6.2 展　望

虽然连接结构动力学已取得诸多成就, 但现有研究仍存在部分领域处于不完善和空白阶段, 多学科、多尺度、多物理场的连接结构研究仍较多停留在学术研讨层面, 在解决一些复杂连接问题或实际应用时仍面临着一些艰巨的挑战. 连接结构的微观机理受到摩擦学及物理学的发展限制, 机理目前尚不明确, 但这并不妨碍连接件的广泛应用. 审视现状, 展望未来, 作者认为在连接结构动力学领域, 深入探索如下方向, 有望打破连接结构动力学发展瓶颈, 为工程应用提供新思维.

(1)**“传静抑动”连接结构系统设计.** 经典连接件设计以满足强度要求为重要标准, 如果能够在满足强度要求的基础上, 放宽刚度要求, 还可以把连接件作为隔振件加以应用, 使得被连接结构的有害振动不会相互传递和影响. 因而本文作者提出“传静抑动”连接结构的设计思想, 在高强度 (防止破坏)、低刚度 (隔离振动) 的矛盾中优化连接结构参数, 为新型多功能连接结构提出新的设计思路.

(2) **轻量化仿生拓扑连接件设计.** 充分借鉴人体和动物的仿生构型, 融合非线性系统的阻尼和刚度关系, 通过结构拓扑仿生优化与内拓扑域多相复合阻尼设计, 提高连接结构承载效率, 扩大隔振带宽, 实现强韧性抗冲击, 并达到结构减重和全向隔振的目的.

(3) **热-机耦合连接界面力学性能的演变.** 当连接结构在极热载荷、高静载荷、强动载荷等环境下, 高温会导致材料的强度、韧性、稳定性发生变化, 摩擦热效应也会让连接界面局部应力场缓慢变化; 同时, 连接界面的疲劳磨损、氧化磨损、磨粒磨损会引起表面形貌、摩擦系数和接触刚度发生变化; 需从温度和磨损角度分析热-机耦合连接界面力学性能演变过程.

(4) **数据与模型联合驱动的智能预测和检测方法.** 通过大数据挖掘连接结构动态响应规律, 开发融合数据与模型的数模双驱方法, 对连接结构的机器视觉图像和激励响应信号进行监测, 完成连接结构的疲劳寿命和连接状态的智能预测及检测, 实现连接结构的健康监测和连接模型的辨识分析.

致 谢　国家自然科学基金 (12332001) 资助项目. 感谢天津大学丁千教授的指导和建议.

参 考 文 献

艾延廷, 解松霖, 刘玉, 田晶, 赵丹, 刘俊男. 2022. 粗糙表面接触刚度模型的研究进展. 航空发动机, **48**: 82-91 (Ai Y T, Xie S L, Liu Y, Tian J, Zhao D, Liu J N. 2022. Research progress of contact stiffness models for

rough surfaces. *Aeroengine*, **48**: 82-91).

蔡力钢, 王锋, 李玲, 郭铁能, 赵永胜, 刘志峰. 2013. 栓接结合部动态特性研究进展. 机械工程学报, **09**: 158-168 (Cai L G, Wang F, Li L, Guo T N, Zhao Y S, Liu Z F. 2013. Review on dynamic properties of bolted joints. *Journal of Mechanical Engineering*, **09**: 158-168).

曹军义, 刘清华, 洪军. 2021. 螺栓连接微观摩擦到宏观动力学研究综述. 中国机械工程, **32**: 1261-1273 (Cao J Y, Liu Q H, Hong J. 2021. Overview of micro friction to macro dynamics for bolted connections. *China Mechanical Engineering*, **32**: 1261-1273).

陈海平, 曾攀, 方刚, 雷丽萍. 2010. 螺纹副承载的分布规律. 机械工程学报, **46**: 171-178 (Chen H P, Zeng P, Fang G, Lei L P. 2010. Load distribution of bolted joint. *Journal of Mechanical Engineering*, **46**: 171-178).

陈建江, 原园, 徐颖强. 2018a. 粗糙表面的加卸载分形接触解析模型. 西安交通大学学报, **52**: 98-110 (Chen J J, Yuan Y, Xu Y Q. 2018a. An analytical model of loading-unloading contact between rough surfaces based on fractal theory. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, **52**: 98-110).

陈建江, 原园, 成雨, 何亚飞. 2018b. 尺度相关的分形结合面法向接触刚度模型. 机械工程学报, **21**: 127-137 (Chen J J, Yuan Y, Cheng Y, He Y F. 2018b. Scale dependent normal contact stiffness fractal model of joint interfaces. *Journal of Mechanical Engineering*, **21**: 127-137).

陈奇, 黄守武, 张振, 马运波. 2016. 考虑静摩擦的两圆柱体分形接触强度模型研究. 合肥工业大学学报: 自然科学版, **39**: 577-581 (Chen Q, Huang S W, Zhan Z, Ma Y B. 2016. Research on contact strength calculation of two cylinders based on by static friction by fractal theory. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, **39**: 577-581).

丁千, 翟红梅. 2013. 机械系统摩擦动力学研究进展. 力学进展, **43**: 112-131 (Ding Q, Zhai H M. 2013. The advance in researches of friction dynamics in mechanics system. *Advances in Mechanics*, **43**: 112-131).

贺李平, 任雪梅. 2020. 螺栓联接的有限元建模方法研究. 北京理工大学学报, **40**: 1275-1281 (He L P, Ren X M. 2020. Study on finite element modeling method of bolted joints. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, **40**: 1275-1281).

李九一, 周丰峻, 刘建华, 孙云厚, 朱精忠, 邱明坤. 2023. 扭转荷载下螺旋形螺纹连接件的 IWAN 改进模型. 吉林大学学报 (工学版), **53**: 1305-1314 (Li J Y, Zhou F J, Liu J H, Sun Y H, Zhu J Z, Qiu M K. 2023. Modified IWAN model of helical threaded connector imposed to torsional load. *Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)*, **53**: 1305-1314).

李玲, 赵凯, 林红, 王晶晶, 蔡安江. 2023. 螺栓结合面法向接触刚度不确定性量化. 吉林大学学报 (工学版), **53**: 1911-1919 (Li L, Zhao K, Lin H, Wang J J, Cai A J. 2023. Uncertainty quantification of normal contact stiffness of bolt joint surface. *Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)*, **53**: 1911-1919).

李小彭, 刘洋, 王雪, 户丹丹, 毛昕, 王冰冰. 2018. 三维分形接触热导的建模与多参数影响分析. 振动与冲击, **37**: 1-6 (Li X P, Liu Y, Wang X, Hu D D, Mao X, Wang B B. 2018. Modeling of 3-D fractal thermal contact conductance and multi-parameter effect analyses. *Journal of Vibration and Shock*, **37**: 1-6).

李一堃, 郝志明, 章定国. 2015. 基于六参数非均匀密度函数的伊万模型研究. 力学学报, 47: 513-520 (Li Y K, Hao Z M, Zhang D G, 2015. Investigation into Iwan model based on the six-parameter non-uniform density function. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 47: 513-520).

李一堃, 郝志明. 2018. 连接结构宏观滑移能量耗散特性研究. 机械工程学报, **54**: 125-131 (Li Y K, Hao Z M. 2018. Investigation on the energy dissipation properties of jointed structure during macro-slip stage. *Journal of Mechanical Engineering*, **54**: 125-131).

李玉奇, 罗忠, 栗江, 侯小捷. 2019. 考虑螺栓联接结构的轴承-转子系统振动特性分析. 机械工程学报, **55**: 60-67 (Li Y Q, Luo Z, Li J, Hou X J. 2019. Vibration characteristics of rotor bearing system with bolted joint structure. *Journal of Mechanical Engineering*, **55**: 60-67).

刘嘉鸣, 全东, 赵国群. 2023. 航空复合材料连接成形技术研究进展. 机械工程学报, **59**: 119-142 (Liu J M, Quan D, Zhao G Q. 2023. Progress in joint forming technology of aviation composites. *Journal of Mechanical Engineering*, **59**: 119-142).

刘丽兰, 刘宏昭, 吴子英, 王忠民. 2008. 机械系统中摩擦模型的研究进展. 力学进展, **38**: 201-213 (Liu L L, Liu H Z, Wu Z Y, Wang Z M. 2008. An overview of friction models in mechanical systems. *Advances in Mechanics*, **38**: 201-213).

山美娟, 赵丽滨. 2023. 复合材料螺栓连接的增强设计与分析研究进展. 复合材料学报, **40**: 3771-3784 (Shan M J, Zhao L B. 2023. Research progress in reinforcement design and analysis of composite bolted joints. *Acta Materiae Compositae Sinica*, **40**: 3771-3784).

田红亮, 钟先友, 秦红玲, 赵春华, 方子帆, 朱大林, 张发军. 2013. 依据各向异性分形几何理论的固定结合部法向接触力学模型. 机械工程学报, **49**: 108-122 (Tian H L, Zhong X Y, Qin H L, Zhao C H, Fang Z F, Zhu D L, Zhang F J. 2013. Normal contact mechanics model of fixed joint interface adopting anisotropic fractal geometrical theory. *Journal of Mechanical Engineering*, **49**: 108-122).

田红亮, 严峥嵘, 郑金华, 张屹. 2016. 一个新的干摩擦结合部法向接触阻尼方程. 哈尔滨工业大学学报, **48**: 133-140 (Tian H L, Yan Z R, Zheng J H, Zhang Y. 2016. A novel expression of normal contact damping for dry tribology joint interface. *Journal of Harbin Institute of Technology*, **48**: 133-140).

王东, 徐超, 胡杰, 万强, 陈红永. 2018. 连接结构接触界面非线性力学建模研究. 力学学报, **50**: 44-57 (Wang D, Xu C, Hu J, Wan Q, Chen H Y. 2018. Nonlinear mechanics modeling for joint interface of assembled structure. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, **50**: 44-57).

王帅, 卢红立, 石玉红, 郝鹏, 马勇. 2022. MJ 螺纹沉淀硬化不锈钢螺栓破坏研究. 强度与环境, **49**: 82-87 (Wang S, Lu H L, Shi Y H, Hao P, Ma Y. 2022. Research on failure of MJ thread bolt made with precipitation-hardening stainless steel. *Structure & Environment Engineering*, **49**: 82-87).

王余松, 张学良, 温淑花, 范世荣. 2018. 分形粗糙表面特征长度尺度参数小波识别法. 机械工程学报, **54**: 185-192 (Wang Y S, Zhang X L, Wen S H, Fan S R. 2018. Wavelet method identifying the characteristic length scale parameter of fractal rough surface. *Journal of Mechanical Engineering*, **54**: 185-192).

文双玲, 田珊, 侯兆欣. 2014. 《钢结构高强度螺栓连接技术规程》修订内容简述. 建筑结构, 44: 89-92 (Wen S L, Tian S, Hou Z X. 2014. Brief introduction of revised contents of technical specification for high strength bolt connections of steel structures. *Building Structure*, 44: 89-92).

徐超, 王东. 2014. 考虑粗糙表面接触的连接面黏滑摩擦建模. 西安交通大学学报, **48**: 131-140 (Xu C, Wang D. 2014. Stick-slip friction modeling of structural joint interface considering rough contact. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, **48**: 131-140).

杨毅, 朱涛, 张江田, 黄明惠, 肖守讷, 丁浩谞. 2022. 剪切螺栓设计及在电力机车结构耐撞性上的运用. 中南大学学报 (自然科学版), **53**: 1877-1888 (Yang Y, Zhu T, Zhang H T, Huang M H, Xiao S N, Ding H X. 2022. Shear bolt design and its application in crashworthiness of electric locomotive structure. *Journal of Central South University(Science and Technology)*, **53**: 1877-1888).

姚星宇, 王建军. 2017. 航空发动机螺栓连接载荷与结构参数对连接刚度影响规律. 推进技术, **38**: 424-433 (Yao X Y, Wang J J. 2017. Effects of load and structure parameters of aero-engine bolted joints on joint stiffness. *Journal of Propulsion Technology*, **38**: 424-433).

张根辈, 臧朝平, 王晓伟, 张璋. 2014. 螺栓连接框架结构的有限元模型修正. 工程力学, **31**: 26-33 (Zhang G B, Zang C P, Wang X W, Zhang Z. 2014. Finite element model updating of a framed structure with bolted joints. *Engineering Mechanics*, **31**: 26-33).

张凯. 2019. 基于分形结合面的精密机械结构装配性能研究. 长沙: 国防科技大学 (Zhang K. 2019. Research on assembly performance of precision mechanical structure based on fractal joint surface. Changsha: National University of Defense Technology.

张文明, 孟光. 2005. 静电微电机微转子接触动力学特性分析. 力学学报, 37: 756-763 (Zhang W M, Meng G. Contact dynamics of the micro-rotor in electrostatic micromotor. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 37: 756-763).

张学良, 张伟, 温淑花, 姚世生. 2021. 结合面静摩擦因数尺度关联三维分形模型. 机械工程学报, **57**: 127-138 (Zhang X L, Zhang W, Wen S H, Yao S S. 2021. Three-dimensional fractal model with scale correlation for static friction factor of joint interfaces. *Journal of Mechanical Engineering*, **57**: 127-138).

赵宏达, 丁继锋, 郝志伟, 刘伟, 孙毅, 刘一志. 2020. 复杂航天器结构火工冲击环境预示方法研究. 宇航学报, **41**: 35-43 (Zhao H D, Ding J F, Hao Z W, Liu W, Sun Y, Liu Y Z. 2020. Study on prediction methods of pyroshock environment for complex spacecraft structures. *Journal of Astronautics*, **41**: 35-43).

Abad J, Medel F J, Franco J M. 2014. Determination of valanis model parameters in a bolted lap joint: Experimental and numerical analyses of frictional dissipation. *Int. J. Mech. Sci.*, **89**: 289-298.

Abar B M, Ghobadi M S. 2022. New generation of bolted bracket connections: Safe load-carrying capacity and structural damage assessment. *Eng. Struct.*, **252**: 113662.

Afzal M, Arteaga I L, Kari L. 2016. An analytical calculation of the Jacobian matrix for 3D friction contact model applied to turbine blade shroud contact. *Comput. Struct.*, **177**: 204-217.

Armstrong-Hélouvry B. 1991. Control of machines with friction. Springer Science & Business Media.

Armstrong-Hélouvry B, Dupont P, De Wit C C. 1994. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, **30**: 1083-1138.

Ataş A, Soutis C. 2017. Damage and failure analysis of bolted joints in composite laminates. In: The structural integrity of carbon fiber composites. Volume 21.

Avellon, G. 2014. Fastener failures prove surprisingly common in the automotive industry. Available online:https://boltfailure.com/fastener-failures-prove-surprisingly-common-in-the-automotive-industry.

Awrejcewicz J, Dzyubak L, Lamarque C H. 2008. Modelling of hysteresis using Masing-Bouc-Wen's framework and search of conditions for the chaotic responses. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, **13**: 939-958.

Balaji N N, Brake M R. 2019. The surrogate system hypothesis for joint mechanics. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **126**: 42-64.

Balaji N N, Chen W, Brake M R. 2020. Traction-based multi-scale nonlinear dynamic modeling of bolted joints: Formulation, application, and trends in micro-scale interface evolution. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **139**: 106615.

Bauschinger J. 1886. Ueber die Veranderung der elasticitatsgrenge und der festigkeit des eisens und stahls durch strecken und quetschn, durch erwarmen und abkuhlen und durch oftmal wiederholte beanspruchung. Mitteilungen aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium der K. Technischen Hochschule in Munchen 13.

Beards C F, Williams J L. 1977. The damping of structural vibration by rotational slip in joints. *J. Sound Vibr.*, **53**: 333-340.

Beards C F, Woowat A. 1985. The control of frame vibration by friction damping in joints. *J. Vib. Acoust.*, **107**: 1-7.

Becker J. 2009. Semi-active control of friction dampers and feedforward tracking control design for structural vibration reduction. University of Stuttgart.

Bograd S, Reuss P, Schmidt A, Gaul L, Mayer M. 2011. Modeling the dynamics of mechanical joints. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **25**: 2801-2826.

Bohlin T. 1994. A case study of grey box identification. *Automatica*, **30**: 307-318.

Bonney M S, Robertson B A, Mignolet M, Schempp F, Brake M R. 2016. Experimental determination of

frictional interface models. In: Dynamics of Coupled Structures. Volume 4.

Botto D, Gastadi C, Gola M M, Umer M. 2018. An experimental investigation of the dynamics of a blade with two under-platform dampers. *J. Eng. Gas Turbines Power.*, **140**: 032504.

Bouc R. 1971. A mathematical model for hysteresis. *Acta Acust. United Acust.*, **24**: 16-25.

Brake M R, Reuss P, Schwingshackl C W, Salles L, Negus M E, Peebles D E, Tiedemann M. 2014. The 2014 Sandia nonlinear mechanics and dynamics summer research institute. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Brake M R, Ewins D J, Segalman D J, Bergman L A, Quinn D D. 2016. Proceedings of the fourth international workshop on jointed structures. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Brake M R. 2017. A reduced Iwan model that includes pinning for bolted joint mechanics. *Nonlinear Dyn.*, **87**: 1335-1349.

Brake M R. 2018. The mechanics of jointed structures. Springer. International Publishing, Berlin.

Brake M R, Schwingshackl C W, Reuß P. 2019. Observations of variability and repeatability in jointed structures. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **129**: 282-307.

Britannica. 1985. Japan Airlines flight 123.https://www.britannica.com/facts/Mount-Osutaka-airline-disaster.

Brizmer V, Zait Y, Kligerman Y, Etsion I. 2006a. The effect of contact conditions and material properties on elastic-plastic spherical contact. *J. Mech. Mater. Struct.*, **01**: 865-879.

Brizmer V, Kligerman Y, Etsion I. 2006b. The effect of contact conditions and material properties on the elasticity terminus of a spherical contact. *Int. J. Solids Struct.*, **43**: 5736-5749.

Brizmer V, Kligerman Y, Etsion I. 2007. Elastic–plastic spherical contact under combined normal and tangential loading in full stick. *Tribol. Lett.*, **25**: 61-70.

Chang W R, Etsion I, Bogy D B. 1987. An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. *J. Tribol.*, **109**: 257-263

Chang W R. 1997. An elastic-plastic contact model for a rough surface with an ion-plated soft metallic coating. *Wear*, **212**: 229-237.

Chang Y, Ding J, Fan H. 2023. Interfacial micromechanics study on contact modeling for bolted joints. *Acta Mech.*, **234**: 3377-3396.

Chen H, Liu L, Cai M, Sun L, Wang P, Liu M. 2023. Mechanical behavior of TOBs bolted T-stubs with thick arc-shaped flange to steel tube under tension: A numerical and theoretical investigation. *Structures*, **56**: 104880.

Chen J, Zhang J, Hong J, Zhu L. 2019. Modeling tangential contact of lap joints considering surface topography based on Iwan model. *Tribol. Int.*, **137**: 66-75.

Chen Q, Xu F, Liu P, Fan H. 2016. Research on fractal model of normal contact stiffness between two spheroidal joint surfaces considering friction factor. *Tribol. Int.*, **97**: 253-264.

Choi J I, Hasheminia S M, Chun H J, Park J C., Chang H S. 2018. Failure load prediction of composite bolted joint with clamping force. *Compos. Struct.*, **189**: 247-255.

Chu Y, Wen H, Chen T. 2016. Nonlinear modeling and identification of an aluminum honeycomb panel with multiple bolts. *Shock Vib.*, **2016**: 1276753.

Cohen D, Kligerman Y, Etsion I. 2008. A model for contact and static friction of nominally flat rough surfaces under full stick contact condition. *J. Tribol.*, **130**: 031401.

Cohen D, Kligerman Y, Etsion I. 2009. The effect of surface roughness on static friction and junction growth of an elastic-plastic spherical contact. *J. Tribol.*, **131**: 021404.

Cooper S B, Rosatello M, Mathis A T, Johnson K, Brake M R, Allen M S, Mayes R L. 2017. Effect of far-

field structure on joint properties. In: Dynamics of Coupled Structures, Volume 4.

Crawley E F. 1989. Nonlinear characteristics of joints as elements of multi-body dynamic systems. NASA, Langley Research Center, Computational Methods for Structural Mechanics and Dynamics.

Dahl P R. 1975. Solid friction damping of spacecraft vibrations. In: Proceedings of AIAA Guidance and Control Conf, Boston.

Dahl P R. 1976. Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA J.*, **14**: 1675-1682.

De Wit C C, Olsson H, Astrom K J, Lischinsky P. 1995. A new model for control of systems with friction. *IEEE Trans. Autom. Control*, **40**: 419-425.

De Wit C C, Lischinsky P. 1997. Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, **11**: 65-80.

Deaner B J, Allen M S, Starr M J, Segalman D J, Sumali H. 2015. Application of viscous and Iwan modal damping models to experimental measurements from bolted structures. *J. Vib. Acoust.*, **137**: 021012.

Dossogne T, Jerome T W, Lancereau D P, Smith S A, Brake M R, Pacini B R, Schwingshackl C W. 2017a. Experimental assessment of the influence of interface geometries on structural dynamic response. In: Dynamics of Coupled Structures, Volume 4.

Dossogne T, Jerome T W, Lancereau D P, Smith S A, Brake M R, Pacini B R, Reuss P, Schwingshackl C W. 2017b. Experimental assessment of jointed configuration. In: A Conference and Exposition on Structural Dynamics, Garden Grove.

Duhem P. 1897. Die dauernden aenderungen und die thermodynamik. *Z. Phys. Chem.*, **24**: 666.

Epower Metals. 2020. Failure analysis of bolt corrosion. Available online: https://www.epowermetals.com/failure-analysis-of-bolt-corrosion.html.

Eriten M, Polycarpou A A, Bergman L A. 2011a. Surface roughness effects on energy dissipation in fretting contact of nominally flat surfaces. *J. Appl. Mech.*, **78**: 021011.

Eriten M, Polycarpou A A, Bergman L. 2011b. Physics-based modeling for fretting behavior of nominally flat rough surfaces. *Int. J. Solids Struct.*, **48**: 1436-1450.

Eriten M, Polycarpou A A, Bergman L A. 2011c. Development of a lap joint fretting apparatus. *Exp. Mech.*, **51**: 1405-1419.

Eriten M, Polycarpou A A, Bergman L A. 2011d. Effects of surface roughness and lubrication on the early stages of fretting of mechanical lap joints. *Wear*, **271**: 2928-2939.

Eriten M, Lee C H, Polycarpou A A. 2012. Measurements of tangential stiffness and damping of mechanical joints: Direct versus indirect contact resonance methods. *Tribol. Int.*, **50**: 35-44.

Esmaeili F, Chakherlou T N, Zehsaz M. 2014. Investigation of bolt clamping force on the fatigue life of double lap simple bolted and hybrid (bolted/bonded) joints via experimental and numerical analysis. *Eng. Fail. Anal.*, **45**: 406-420.

Etsion I, Kligerman Y, Kadin Y. 2005. Unloading of an elastic–plastic loaded spherical contact. *Int. J. Solids Struct.*, **42**: 3716-3729.

Evseev D G, Medvedev B M, Grigoriyan G G. 1991. Modification of the elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. *Wear*, **150**: 79-88.

Federal Aviation Administration. 1979. Lessons learned from transport airplane accidents: N110AA. https://www.faa.gov/lessons_learned/transport_airplane/accidents/N110AA.

Fidalgo A, Packer J A. 2022. Evaluation of bolted CHS flange-plate connections under axial tension. *J. Constr. Steel. Res.*, **196**: 107399.

Flicek R C, Moore K J, Castelluccio G M, Brake M R, Truster T, Hammetter C I. 2016. Stress waves propagating through bolted joints. In: Dynamics of Coupled Structures, Volume 4.

Fonfría J J, Amador A M, González A Q, Fernández L P. 2023. Investigating the T-stub connection with different web-to-flange joint configurations. *Eng. Struct.*, **294**: 116715.

Galińska A. 2020. Mechanical joining of fibre reinforced polymer composites to metals—A review. Part I: Bolted joining. *Polymers*, **12**: 2252.

Gaul L, Nackenhorst U, Willner K, Lenz J. 1994. Nonlinear vibration damping of structures with bolted joints. In: Proceedings-Spie the International Society for Optical Engineering.

Gaul L, Lenz J. 1997. Nonlinear Dyn. of structures assembled by bolted joints. *Acta Mech.*, **125**: 169-181.

Gaul L, Lenz J, Sachau D. 1998. Active damping of space structures by contact pressure control in joints. *Mech. Struct. Mach.*, **26**: 81-100.

Gaul L, Nitsche R. 2001. The role of friction in mechanical joints. *Appl. Mech. Rev.*, **54**: 93-106.

Gaul L, Becker J. 2010. Damping prediction of structures with bolted joints. *Shock Vib.*, **17**: 359-371.

Ge T, Xu Z D, Guo Y Q, Huang X. H, He Z F. 2022. Experimental investigation and multiscale modeling of VE damper considering chain network and ambient temperature influence. *J. Eng. Mech.*, **148**: 04021124.

Gong H, Liu J, Feng H. 2022. Review on anti-loosening methods for threaded fasteners. *Chin. J. Aeronaut.*, **35**: 47-61.

Gray P J, McCarthy C T. 2010. A global bolted joint model for finite element analysis of load distributions in multi-bolt composite joints. *Compos. B Eng.*, **41**: 317-325.

Greenwood J A, Williamson J P. 1966. Contact of nominally flat surfaces. *Proc. R. Soc. Lond. A*, **295**: 300-319.

Greenwood J A, Tripp J H. 1967. The elastic contact of rough spheres. *J. Appl. Mech.*, **34**: 153-159.

Greenwood J A, Tripp J H. 1970. The contact of two nominally flat rough surfaces. Proc. *Inst. Mech. Eng.*, **185**: 625-633.

Gregory D L, Resor B R, Coleman R G, Smallwood D O. 2003. Experimental investigations of an inclined lap-type bolted joint. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Gross J, Armand J, Lacayo R M, Reuß P, Salles L, Schwingshackl C W, Kuether R J. 2016. A numerical round robin for the prediction of the dynamics of jointed structures. In: Dynamics of Coupled Structures, Volume 4.

Hammami C, Balmes E, Guskov M. 2016. Numerical design and test on an assembled structure of a bolted joint with viscoelastic damping. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **70**: 714-724.

Hausmann J M, Helfrich B, Motsch N. 2017. Aspects of preloaded bolted joints of fiber reinforced polymers and metals. *Key Eng. Mater.*, **742**: 401-407.

Ho-Nguyen-Tan T, Kim H G. 2020. A novel scheme for modelling and analysis of spot-welded shell structures using interface shell elements. *Comput. Struct.*, **239**: 106340.

Huang J, Liu J, Gong H, Deng X. 2022. A comprehensive review of loosening detection methods for threaded fasteners. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **168**: 108652.

Interbartolo M. 2009. Apollo spacecraft and saturn v launch vehicle pyrotechnics/explosive devices. *Nasa Technical Reports Server*.

Ishlinskii A Y. 1944. Some applications of statistical methods to describing deformations of bodies. *Izv. Akad. Nauk SSSR*, **09**: 583-590.

Iurian C, Ikhouane F, Rodellar Benedé J, Griñó Cubero R. 2005. Identification of a system with dry friction. Technical Report, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain.

Iwan W D. 1966. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response. *J. Appl. Mech.*, **33**: 893-900.

Iwan W D. 1967. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems. *J. Appl. Mech.*, **34**: 612-617.

Jalali H, Ahmadian H, Pourahmadian F. 2011. Identification of micro-vibro-impacts at boundary condition of a nonlinear beam. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **25**: 1073-1085.

Jiang D, Wang M, Sun Y, Hang X. 2023. Equivalent modeling of bolted connections under transverse load using iwan-based material properties. *Metals*, **13**: 91.

Jiménez-Peña C, Talemi R H, Rossi B, Debruyne D. 2017. Investigations on the fretting fatigue failure mechanism of bolted joints in high strength steel subjected to different levels of pre-tension. *Tribol. Int.*, **108**: 128-140.

Johnson K L. 1987. Contact mechanics. Cambridge, Cambridge University Press.

Junker G H. 1969. New criteria for self-loosening of fasteners under vibration. *Sae Trans.*, **78**: 314-335.

Junker G H. 1972. Criteria for self loosening of fasteners under vibration. *Aircr. Eng. Aerosp. Technol.*, **44**: 14-16.

Juoksukangas J, Lehtovaara A, Mäntylä A. 2016. Experimental and numerical investigation of fretting fatigue behavior in bolted joints. *Tribol. Int.*, **103**: 440-448.

Kadin Y, Kligerman Y, Etsion I. 2006. Unloading an elastic–plastic contact of rough surfaces. *J. Mech. Phys. Solids*, **54**: 2652-2674.

Kapti S, Sayman O, Ozen M, Benli S. 2010. Experimental and numerical failure analysis of carbon/epoxy laminated composite joints under different conditions. *Mater. Des.*, **31**: 4933-4942.

Karakuzu R, Taylak N, İçten B M, Aktaş M. 2008. Effects of geometric parameters on failure behavior in laminated composite plates with two parallel pin-loaded holes. *Compos. Struct.*, **85**: 1-9.

Karnopp D. 1985. Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems. *J Dyn Syst Meas Control*, **107**: 100-103

Kelly G, Hallström S. 2004. Bearing strength of carbon fibre/epoxy laminates: effects of bolt-hole clearance. *Compos. B Eng.*, **35**: 331-343.

Khani R, Hosseinzadeh Y, Asl M H. 2023. Investigating the prying force magnitude and location in the T-stub connection based on the energy method. *Eng. Struct.*, **280**: 115655.

Khashaba U A, Sallam H E, Al-Shorbagy A E, Seif M A. 2006. Effect of washer size and tightening torque on the performance of bolted joints in composite structures. *Compos. Struct.*, **73**: 310-317.

Kim J, Yoon J C, Kang B S. 2007. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. *Appl. Math. Model.*, **31**: 895-911.

Kim J S, Huh H, Kwon T S. 2008. Crashworthiness design of the shear bolts for light collision safety devices. *Int. J. Mod. Phys. B*, **22**: 5603-5608.

Kogut L, Etsion I. 2002. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat. *J. Appl. Mech.*, **69**: 657-662.

Kombate T J, Taşkın K. 2022) State-of-the-art review on the behaviour of T-stubs and prying action. *J. Constr. Steel. Res.*, 191: 107203.

Lacayo R M, Deaner B J, Allen M S. 2017. A numerical study on the limitations of modal Iwan models for impulsive excitations. *J. Sound Vibr.*, **390**: 118-140.

Lacayo R, Pesaresi L, Groß J, Fochler D, Armand J, Salles L, Brake M. 2019. Nonlinear modeling of structures with bolted joints: a comparison of two approaches based on a time-domain and frequency-domain solver. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **114**: 413-438.

Li C, Miao X, Qiao R, Tang Q. 2021a. Modeling method of bolted joints with micro-slip features and its application in flanged cylindrical shell. *Thin-Walled Struct.*, **164**: 107854.

Li C, Jiang Y, Qiao R, Miao X. 2021b. Modeling and parameters identification of the connection interface of bolted joints based on an improved micro-slip model. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **153**: 107514.

Li D, Botto D, Xu C, Liu T, Gola M. 2019a. A micro-slip friction modeling approach and its application in underplatform damper kinematics. *Int. J. Mech. Sci.*, **161**: 105029.

Li D, Xu C, Liu T, Gola M M, Wen L. 2019b. A modified Iwan model for micro-slip in the context of dampers for turbine blade dynamics. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **121**: 14-30.

Li D, Botto D, Xu C, Gola M. 2020a. A new approach for the determination of the Iwan density function in modeling friction contact. *Int. J. Mech. Sci.*, **180**: 105671.

Li D, Xu C, Kang J, Zhang Z. 2020b. Modeling tangential friction based on contact pressure distribution for predicting dynamic responses of bolted joint structures. *Nonlinear Dyn.*, **101**: 255-269.

Li D, Xu C, Botto D, Zhang Z, Gola M. 2020c. A fretting test apparatus for measuring friction hysteresis of bolted joints. *Tribol. Int.*, **151**: 106431.

Li D, Botto D, Li R, Xu C, Zhang W. 2022. Experimental and theoretical studies on friction contact of bolted joint interfaces. *Int. J. Mech. Sci.*, **236**: 107773.

Li H, Zhao Y, Jiang J, Wang H, He J, Liu J, Zhu M. 2022. Effect of frequency on the fatigue performance of bolted joints under axial excitation. *Tribol. Int.*, **176**: 107933.

Li Y, Hao Z. 2016. A six-parameter Iwan model and its application. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **68**: 354-365.

Li Y, Hao Z, Feng J, Zhang D. 2017. Investigation into discretization methods of the six-parameter Iwan model. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **85**: 98-110.

Li Y, Hao Z, Du Q, Xing M, Dou L, Li Y. 2021. An experimental approach on energy dissipation of bolted joints using a modified oscillator device. *J. Vib. Control*, **28**: 2268-2278.

Lin J, Wang X, Liu C. 2023. Modeling and experimental study on dynamics of a gas-driven split nut device. *Multibody Syst. Dyn.*, **58**: 365-395.

Liu L, Chen H, Jin X, Li S, Sun L, Wang P, Chen L. 2023a. Prediction of yield strength and prying action of TOBs bolted arc-shaped endplate. *J. Constr. Steel. Res.*, **208**: 108039.

Liu L, Chen H, Cai M, Jin X, Wang P, Liu M, Sun L. 2023b. Behavior of TOBs bolted curved T-stubs to steel tube with internal stiffener. *J. Constr. Steel. Res.*, **210**: 108107.

Liu J, Ouyang H, Feng Z, Cai, Mo J, Peng J, Zhu M. 2019. Dynamic behaviour of a bolted joint subjected to torsional excitation. *Tribol. Int.*, **140**: 105877.

Liu P, Zhao H, Huang K, Chen Q. 2015. Research on normal contact stiffness of rough surface considering friction based on fractal theory. *Appl. Surf. Sci.*, **349**: 43-48.

Liu X, Fan J, Wang H, Jiang J, Liu J, Gong X, Peng J, Zhu M. 2022. Effect of wear between contact surfaces on self-loosening behaviour of bolted joint under low frequency torsional excitation. *Tribol. Int.*, **174**: 107764.

Liu Y, Wang Y, Chen X, Yu H. 2018. A spherical conformal contact model considering frictional and microscopic factors based on fractal theory. *Chaos Solitons Fractals*, **111**: 96-107.

Lu F, Cai D A, Tang J, Li W, Deng J, Zhou G. 2018. Bearing failure of single-/double-shear composite bolted joints: An explicit finite element modeling. *J. Reinf. Plast. Compos.*, **37**: 933-944.

Majumdar A, Bhushan B. 1991. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces. *J. Tribol.*, **113**: 1-11

Mandelbrot B. 1967. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, **156**: 636-638.

Masing G, 1926. Eigenspannungen und vertfestigung beim messing. In: Proceedings of the Second International Congress of Applied Mechanics, Zurich, Switzerland.

Mathis A T, Balaji N N, Kuether R J, Brink A R, Brake M R, Quinn D D. 2020. A review of damping models for structures with mechanical joints. *Appl. Mech. Rev.*, **72**: 040802.

Mayer M H, Gaul L. 2007. Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **21**: 724-734.

McCarthy M, Stanley W, Lawlor V. 2001. Bolted joints in composite aircraft structures. *Air Space Eur.*, **3**: 139-142.

McCarthy M, McCarthy C T, Lawlor V P, Stanley W F. 2005. Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints: part I—model development and validation. *Compos. Struct.*, **71**: 140-158.

Miao X, Huang X. 2014. A complete contact model of a fractal rough surface. *Wear*, **309**: 146-151.

Milan M T, Spinelli D, Bose Filho W W, Montezuma M F, Tita V. 2004. Failure analysis of a SAE 4340 steel locking bolt. *Eng. Fail. Anal.*, **11**: 915-924.

Moore K J, Kurt M, Eriten M, Dodson J C, Foley J R, Wolfson J C, Vakakis A F. 2017. Nonlinear parameter identification of a mechanical interface based on primary wave scattering. *Exp. Mech.*, **57**: 1495-1508.

Moore K J. 2019. A reduced-order model for loosening of bolted joints subjected to axial shock excitation. *J. Appl. Mech.*, **86**: 121007.

Morag Y, Etsion I. 2007. Resolving the contradiction of asperities plastic to elastic mode transition in current contact models of fractal rough surfaces. *Wear*, **262**: 624-629.

Morin A J. 1833. New friction experiments carried out at Metz. *Proc. French R. Acad. Sci.*, **04**: 1-128.

Na J, Chen Q, Ren X. 2018. Adaptive identification and control of uncertain systems with non-smooth dynamics. Emerging Methodologies and Applications in Modelling, Identification and Control. USA. Academic Press.

Nassar S A, Virupaksha V L, Ganeshmurthy S. 2007. Effect of bolt tightness on the behavior of composite joints. *J. Pressure Vessel Technol.*, **129**: 43-51.

Nassar S A, Yang X, Gandham S V, Wu Z. 2011. Nonlinear deformation behavior of clamped bolted joints under a separating service load. *J. Pressure Vessel Technol.*, **133**: 021001.

Olsson H, Åström K J, De Wit C C, Gäfvert M, Lischinsky P. 1998. Friction models and friction compensation. *Eur. J. Control*, **04**: 176-195.

Omar R, Rani M N, Yunus M A, Mirza W I, Zin M S. 2018. Efficient finite element modelling for the investigation of the dynamic behaviour of a structure with bolted joints. In: International Conference on Electrical, Electronics, Materials and Applied Science.

Ouyang H, Oldfield M J, Mottershead J E. 2006. Experimental and theoretical studies of a bolted joint excited by a torsional dynamic load. *Int. J. Mech. Sci.*, **48**: 1447-1455.

Ozen M, Sayman O. 2011. Failure loads of mechanical fastened pinned and bolted composite joints with two serial holes. *Compos. B Eng.*, **42**: 264-274.

Pan W, Li X, Wang L, Guo N, Mu J. 2017. A normal contact stiffness fractal prediction model of dry-friction rough surface and experimental verification. *Eur. J. Mech. A-Solids*, **66**: 94-102.

Park H J. 2001. Effects of stacking sequence and clamping force on the bearing strengths of mechanically fastened joints in composite laminates. *Compos. Struct.*, **53**: 213-221.

Polycarpou A A, Soom A. 1995. Measured transitions between sticking and slipping at lubricated line contacts. *J. Vib. Acoust.*, **117**: 294-299.

Prandtl L. 1928. Ein Gedankenmodell zur kinetischen theorie der festen Körper. *J. Appl. Math. Mech. /Z. Angew. Math. Mech.*, **08**: 85-106.

Qu C, Wu L, Ma J, Xia Q, Ma S. 2013. A fractal model of normal dynamic parameters for fixed oily porous media joint interface in machine tools. *Int J Adv Manuf Technol.*, **68**: 2159-2167.

Quinn D D, Segalman D J. 2005. Using series-series Iwan-type models for understanding joint dynamics. *J. Appl. Mech.*, **72**: 666-673.

Quinn D D. 2012. Modal analysis of jointed structures. *J. Sound Vibr.*, **331**: 81-93.

Rakotondrabe M. 2012. Classical Prandtl-Ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators. In: 2012 American control conference.

Ranjan P, Pandey A K. 2021. Modeling of pinning phenomenon in Iwan model for bolted joint. *Tribol. Int.*, **161**: 107071.

Ranjan P, Pandey A K. 2022. Iwan model for bolted joint with residual macroslip stiffness and pinning. In: Machines, Mechanism and Robotics.

Resor B R, Starr M J. 2007. Influence of misfit mechanisms on jointed structure response. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Rose Joel. 2024. 2 major airlines find loose bolts, other problems on grounded Boeing jets.https://www.npr.org/2024/01/08/1223517098/door-plug-boeing-737-max-portland-ntsb-faa.

Sawata K. 2015. Strength of bolted timber joints subjected to lateral force. *J. Wood Sci.*, **61**: 221-229.

Segalman D J. 2001. An initial overview of Iwan modeling for mechanical joints. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Segalman D J. 2005. A four-parameter Iwan model for lap-type joints. *J. Appl. Mech.*, **72**: 752-760.

Segalman D J. Bergman L A, Ewins D J. 2006a. Report on the SNL/NSF international workshop on joint mechanics, Arlington, Virginia. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Segalman D J. 2006b. Modelling joint friction in structural dynamics. *Struct. Control Health Monitor*, **13**: 430-453

Segalman D J, Starr M J. 2008. Inversion of Masing models via continuous Iwan systems. *Int. J. Non-Linear Mech.*, **43**: 74-80.

Segalman D J. Bergman L A, Ewins D J. 2009a. Report on the SNL/AWE/NSF international workshop on joint mechanics, Dartington, United Kingdom. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Segalman D J, Gregory D L, Starr M J, Resor B R, Jew M D, Lauffer J P, Ames N M. 2009b. Handbook on dynamics of jointed structures. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Segalman D J, Starr M J. 2012. Iwan models and their provenance. In: International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference.

Segalman D J, Allen M S, Eriten M, Hoppman K. 2015. Experimental assessment of joint-like modal models for structures. In: International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference.

Semke W H, Bibel G D, Jerath S, Gurav S B, Webster A L. 2006. Efficient dynamic structural response modelling of bolted flange piping systems. *Int. J. Pressure Vessels Pip.*, **83**: 767-776.

Shi J, Cao X, Hu Y, Zhu H. 2015. Statistical analysis of tangential contact stiffness of joint surfaces. *Arch. Appl. Mech.*, **85**: 1997-2008.

Shi T, Liu Y, Liu Z, Liu C S. 2024. Distributions of tension and torsion in a threaded connection. *Int. J. Mech. Sci.*, **261**: 108684.

Shi X, Polycarpou A A. 2006. Adhesive effects on dynamic friction for unlubricated rough planar surfaces. *J. Tribol.*, **128**: 841-850.

Shiryayev O V, Page S M, Pettit C L, Slater J C. 2007. Parameter estimation and investigation of a bolted joint model. *J. Sound Vibr.*, **307**: 680-697.

Skelton R P, Maier H J, Christ H J. 1997. The Bauschinger effect, Masing model and the Ramberg–Osgood relation for cyclic deformation in metals. *Mater. Sci. Eng. A-Struct. Mater. Prop. Microstruct. Process.*, **238**: 377-390.

Song H, Vakis A I, Liu X, Van der Giessen E. 2017. Statistical model of rough surface contact accounting for size-dependent plasticity and asperity interaction. *J. Mech. Phys. Solids*, **106**: 1-14.

Song Y, Hartwigsen C J, McFarland D M, Vakakis A F, Bergman L A. 2004. Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements. *J. Sound Vibr.*, **273**: 249-276.

Sopwith D G. 1948. The distribution of load in screw threads. *Proc Inst Mech Eng*, **159**: 373-383.

Soykok I F, Sayman O, Pasinli A. 2013. Effects of hot water aging on failure behavior of mechanically fastened glass fiber/epoxy composite joints. *Compos. B Eng.*, **54**: 59-70.

Starr M J, Brake M R, Segalman D J, Bergman L A, Ewins D J. 2013. Proceedings of the third international workshop on jointed structures. Albuquerque: Sandia National Laboratories.

Stoyanov P, Chromik R R. 2017. Scaling effects on materials tribology: from macro to micro scale. *Materials*, **10**: 550.

Stribeck R. 1902. Die wesentlichen eigenschaften der gleit-und rollenlager. *Z. Ver. Dtsch. Zucker-Ind*, **46**: 1342-1348,1432-1437.

Süß D, Willner K. 2015. Investigation of a jointed friction oscillator using the multiharmonic balance method. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **52**: 73-87.

Tanlak N, Sonmez F O, Talay E. 2011. Detailed and simplified models of bolted joints under impact loading. *J. Strain Analysis*, **46**: 213-225.

Teengad. 2023.https://blog.csdn.net/qq_32515081/article/details/129380459.

Thoppul S D, Finegan J, Gibson R F. 2009. Mechanics of mechanically fastened joints in polymer–matrix composite structures–a review. *Compos. Sci. Technol.*, **69**: 301-329.

Vakis A I, Yastrebov V A, Scheibert J, Nicola L, Dini D, Minfray C, Ciavarella M. 2018. Modeling and simulation in tribology across scales: An overview. *Tribol. Int.*, **125**: 169-199.

Valanis K C. 1971. A theory of viscoplasticity without a yield surface, Part I: General theory. *Arch. Mech.*, **23**: 517-533.

Visintin A. 2013. Differential models of hysteresis. Springer Science & Business Media.

Wang D, Xu C, Fan X, Wan Q. 2018. Reduced-order modeling approach for frictional stick-slip behaviors of joint interface. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **103**: 131-138.

Wang H, Jia P, Wang L, Yun F, Wang G, Wang X, Liu M. 2020. Research on the loading–unloading fractal contact model between two three-dimensional spherical rough surfaces with regard to friction. *Acta Mech.*, **231**: 4397-4413.

Wang K, & Tian Q. 2023. A nonsmooth method for spatial frictional contact dynamics of flexible multibody systems with large deformation. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **124**: 752-779.

Wang R, Crocombe A, Richardson G, Underwood C. 2005. Modelling of damping in small satellite structures incorporating bolted joints. In: Proceedings of the 19th annual AIAA/USU, small satellite conference.

Wang S A, Zhu M, Xie X, Li B, Liang T X, Shao Z Q, Liu Y L. 2022. Finite element analysis of elastoplastic elements in the Iwan model of bolted joints. *Materials*, **15**: 5817.

Wang X Q, Mignolet M P. 2014. Stochastic Iwan-type model of a bolted joint: formulation and identification. In: Dynamics of coupled structures, Volume 1.

Wemming H, Lindström S B, Johansson L, Kapidžić Z. 2023. Modelling and experimental parameter identification for fasteners in composite–aluminium bolted structures. *Compos. Struct.*, **323**: 117464.

Wen Y K. 1976. Method for random vibration of hysteretic systems. *J. Eng. Mech. Div.*, **102**: 249-263.

Wriggers P, Schröder J, Schwarz A. 2013. A finite element method for contact using a third medium. *Comput. Mech.*, **52**: 837-847.

Xu Y, Jackson R L, Marghitu D B. 2014. Statistical model of nearly complete elastic rough surface contact. *Int. J. Solids Struct.*, **51**: 1075-1088.

Yamamoto A. 1980. The theory and computation of threads connection. *Youkendo, Tokyo*, 39-54.

Yan W, Komvopoulos K. 1998. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces. *J. Appl. Phys.*, **84**: 3617-3624.

Yang G W, Yang L, Xiao S N, Jiang S L, Ma W. 2021. Competitive failure of loosening and fatigue of bolts under composite excitation. *Shock Vib.*, **2021**: 1441122.

Yang H, Xu C, Guo N. 2023. Modelling tangential friction considering contact pressure distribution of rough surfaces. *Mech. Syst. Signal Proc.*, **198**: 110406.

Yang J G, Kim H K, Park J H, Back M C. 2013. Analytical models for the initial axial tensile stiffness and ultimate tensile load of a T-stub, including the effects of prying action. *Int. J. Steel Struct.*, **13**: 341-352.

Yang L, Yang B, Yang G, Xiao S, Jiang S. 2022. Research on factors affecting competitive failure between loosening and fatigue of bolt under combined excitation. *J. Constr. Steel. Res.*, **189**: 107110.

Yang X, Nassar S A, Wu Z, Meng A. 2012. Nonlinear behavior of preloaded bolted joints under a cyclic separating load. *J. Pressure Vessel Technol.*, **134**: 011206.

Yu N, Polycarpou A A. 2002. Contact of rough surfaces with asymmetric distribution of asperity heights. *J. Trib.*, **124**: 367-376.

Yuan Y, Cheng Y, Liu K, Gan L. 2017. A revised Majumdar and Bushan model of elastoplastic contact between rough surfaces. *Appl. Surf. Sci.*, **425**: 1138-1157.

Yuan Y, Chen J, Zhang L. 2018. Loading-unloading contact model between three-dimensional fractal rough surfaces. *AIP Adv.*, **08**: 075017.

Zampieri P, Curtarello A, Maiorana E, Pellegrino C. 2019. A review of the fatigue strength of shear bolted connections. *Int. J. Steel Struct.*, **19**: 1084-1098.

Zhai Y, Li D, Li X, Wang L, Yin Y. 2015. An experimental study on the effect of bolt-hole clearance and bolt torque on single-lap, countersunk composite joints. *Compos. Struct.*, **127**: 411-419.

Zhang P, Li J, Zhao Y, Li J. 2023. Crack propagation analysis and fatigue life assessment of high-strength bolts based on fracture mechanics. *Sci. Rep.*, **13**: 14567.

Zhang Z, Xiao Y, Xie Y, Su Z. 2019. Effects of contact between rough surfaces on the dynamic responses of bolted composite joints: multiscale modeling and numerical simulation. *Compos. Struct.*, **211**: 13-23.

Zhao B, Wu F, Sun K, Mu X, Zhang Y, Sun Q. 2021. Study on tangential stiffness nonlinear softening of bolted joint in friction-sliding process. *Tribol. Int.*, **156**: 106856.

Zhao Y, Maietta D M, Chang L. 2000. An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow. *J. Trib.*, **122**: 86-93.

(责任编委：汪越胜)

Modeling of joint structure interface friction mechanics: A review

SHEN Minmin YANG Xiaodong*

Department of Mechanics, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

Abstract Joints, as fundamental components of industrial machinery, are pivotal for extensive research and optimization in the realm of equipment manufacturing. Currently, due to the nonlinearity, complexity, and uncertainty of joint interfaces, the behavior mechanism of cross-scale and multi-physical field complex mechanics is unclear, making it difficult to accurately predict the dynamic characteristics of joint structures and monitor their dynamic service performance. This has become a bottleneck that restricts the breakthrough in precision structural dynamics analysis, high-fidelity simulation, design, optimization, and control. However, joint structures are widely used, and engineering and technical personnel have further demand for the mechanism and multifunctionality of joint structures. This article mainly reviews the analytical modeling, finite element modeling, and experimental systems of joint structure interface friction mechanics, and proposes the development trend of new joint structure design. Firstly, based on the requirements of the joint's working environment, engineering problems, and the lack of effective strength and stiffness prediction theory, this paper reviews the load types of bolted connection structures and the application of precise joint equivalent models. Secondly, several mainstream theoretical models of friction joint structures were summarized, including a constitutive model that analyzes the multi-scale physical behavior and laws of the joint interface at the micro/nano scale, a phenomenological model that derives macroscopic dynamic responses using system identification theory and methods, and a phenomenological constitutive friction model that integrates the microscopic contact mechanism of the constitutive model with the macroscopic perspective of system identification. Then, reviewing the simulation method based on the finite element and experimental methods of joint structures, which include direct finite element modeling, indirect equivalent finite element modeling, experimental benchmark systems, and anisotropic excitation joint structure experimental platforms. Finally, a new joint design concept addressing the multifunctional requirements of joint structures in the equipment field is proposed. This concept involves "transmitting static and suppressing dynamic" joint components as well as lightweight biomimetic joint components.

Keywords joint structure, interface friction, constitutive model, phenomenological model, experimental benchmark

Received: 5 March 2024; accepted: 16 May 2024; online: 19 May 2024

* E-mail: jxdyang@163.com

© 2024 *Advances in Mechanics*.



杨晓东 , 北京工业大学教授, 博士生导师. 主要研究领域包括结构振动、流固耦合振动、工程减振、航空航天领域结构动力学与控制问题等, 发表 SCI 文章 100 多篇, SCI 他引 2000 多次, 论文发表在 *International Journal of Mechanical Science*、*Engineering Structures*、*Journal of Sound and Vibration* 等知名期刊. 2012 年获得国家自然科学基金优秀青年基金资助, 2021 年, 获中国力学学会全国徐芝纶力学优秀教师奖. 共主持国家自然科学基金 6 项. 现任 *Journal of Vibration Engineering & Technologies* 副主编、*International Journal of Non-Linear Mechanics* 编委、《动力学与控制学报》编委、《力学学报》青年编委、《北京工业大学学报》青年编委.